

Η ΕΙΔΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ ΤΗΣ ΣΧΕΤΙΚΟΤΗΤΑΣ

1. Ιστορική Εισαγωγή

Διδάσκων: Κώστας Χριστοδουλίδης

Γραφείο: Κτήριο Φυσικής, 1ος όροφος, Γραφείο 104

Ηλ. Ταχ.: cchrist@central.ntua.gr

Ιστοσελίδα: <http://www.physics.ntua.gr/~cchrist/>

Ιστοσελίδα Μαθήματος: <http://mycourses.ntua.gr/> >>

ΣΕΜΦΕ >> Ειδική Θεωρία της Σχετικότητας

και τα δύο και μέσω της ιστοσελίδας του Τομέα Φυσικής:

<http://www.physics.ntua.gr/> >> Μαθήματα ή Διδάσκοντες

Κ. Χριστοδουλίδης: Ειδική Θεωρία της Σχετικότητας

Σύγγραμμα και Σημειώσεις

Σύγγραμμα: Kittel κ.ά. «Μηχανική»

(το σύγγραμμα της Φυσικής Ι)

Κεφάλαια: (4), (10), 11, 12, 13

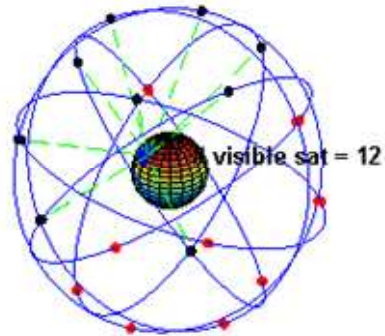
Σημειώσεις: Κ. Χριστοδουλίδης «Η Ειδική Θεωρία της Σχετικότητας και Εφαρμογές»

(από το γραφείο 104, κτ. Φυσικής)

και σημειώσεις που θα προστίθενται στην ιστοσελίδα του μαθήματος

Κ. Χριστοδουλίδης: Ειδική Θεωρία της Σχετικότητας

GPS

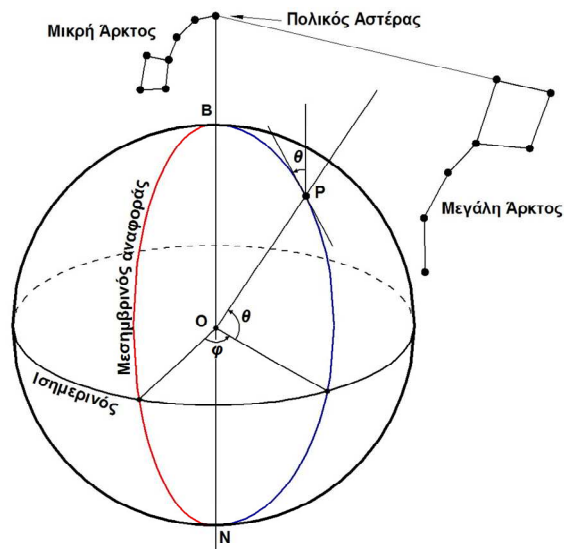


Σχετικιστικές Διορθώσεις:

1. **Λόγω Ειδικής Θεωρίας της Σχετικότητας:** Τα κινούμενα ατομικά ρολόγια στους δορυφόρους μένουν πίσω ως προς τα ρολόγια στη Γη.
2. **Λόγω Γενικής Θεωρίας της Σχετικότητας:** Τα ατομικά ρολόγια στους δορυφόρους βρίσκονται σε χαμηλότερο βαρυτικό δυναμικό και πάνε πιο γρήγορα από τα ρολόγια στη Γη.

Κ. Χριστοδουλίδης: Ειδική Θεωρία της Σχετικότητας

Γεωγραφικό Μήκος και Γεωγραφικό Πλάτος



Κ. Χριστοδουλίδης: Ειδική Θεωρία της Σχετικότητας

Ο Rømer και η ταχύτητα του φωτός

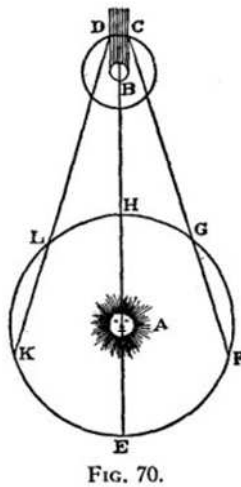


Fig. 70.

Το 1676 προσπάθησε να χρησιμοποιήσει την Ιώ, δορυφόρο του Δία, ως κοσμικό ρολόι (αρχικά, ιδέα του Γαλιλαίου).

Σχήμα. Α: Ήλιος, EFGHLK: διάφορες θέσεις της Γης στην τροχιά της, Β: Δίας, CD: θέσεις της Ιούς στην τροχιά της, ανάμεσα στις οποίες ο δορυφόρος είναι αόρατος (έκλειψη).

Διαπίστωσε ότι οι προβλέψεις των χρόνων των εκλείψεων που βασίζονταν σε μετρήσεις από τη θέση G δεν ήταν ακριβείς όταν η Γη βρισκόταν στο σημείο K, για παράδειγμα. Υπήρχε μια καθυστέρηση μερικών λεπτών.

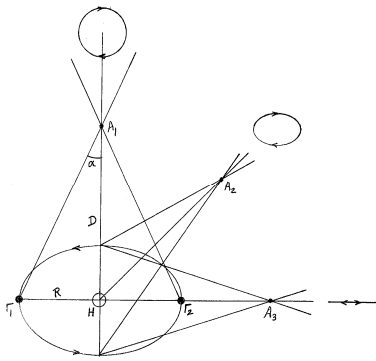
Η ερμηνεία είναι το γεγονός ότι το φως χρειάζεται μερικά λεπτά για να διανύσει την επιπλέον απόσταση LK.

Από τις μετρήσεις του Rømer, η ταχύτητα του φωτός στο κενό υπολογίστηκε ως $c = 260\,000 \text{ km/s}$.

Ήταν η πρώτη φορά που μετρήθηκε μια παγκόσμια σταθερά. Ουσιαστικά ο Rømer παρατήρησε το φαινόμενο που αργότερα έγινε γνωστό ως φαινόμενο Doppler.

Κ. Χριστοδουλίδης: Ειδική Θεωρία της Σχετικότητας

Ο Αρίσταρχος ο Σάμιος και η Παράλλαξη των Άστρων



Ο Αρίσταρχος ο Σάμιος διετύπωσε τον 3ο αιώνα π.Χ. την ηλιοκεντρική θεωρία. Με βάση αυτήν οι θέσεις των άστρων στον ουρανό θα πρέπει να μεταβάλλονται περιοδικά καθώς η Γη βρίσκεται σε διάφορα σημεία της τροχιάς της. Η μέγιστη γωνιακή μετατόπιση α ονομάζεται *παράλλαξη*. ($\alpha = R / D$).

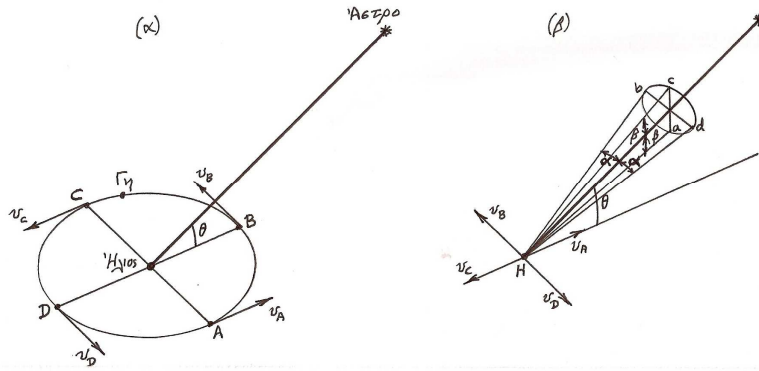
Ένα άστρο που έχει παράλλαξη $\alpha = 1''$ απέχει απόσταση 1 pc (*parsec*) = 3,26 l.y. Για $\alpha = 0,5''$ είναι $D = 2 \text{ pc}$ κ.ο.κ.

Ο πρώτος που κατόρθωσε να μετρήσει την παράλλαξη ενός άστρου ήταν ο Bessel, 1838. Το πλησιέστερο στη Γη άστρο, ο εγγύτατος ή α του Κενταύρου, έχει $\alpha = 0,786''$ και απέχει $D = 1,27 \text{ pc} = 4,2 \text{ l.y.}$

Κ. Χριστοδουλίδης: Ειδική Θεωρία της Σχετικότητας

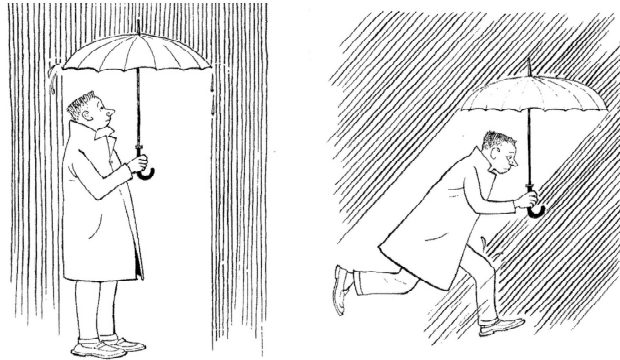
Η Αποπλάνηση του Φωτός

Στην προσπάθειά του να παρατηρήσει την παράλλαξη των άστρων, ο Bradley (Μπράτλν) ανακάλυψε το φαινόμενο της αποπλάνησης του φωτός, το 1725. Παρατήρησε ότι ο γ του Δράκοντος διέγραφε μια κλειστή τροχιά στον ουρανό με γωνιακό εύρος $39,6''$.



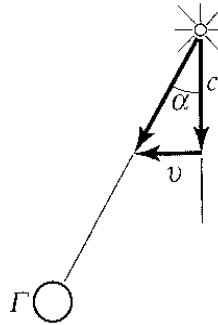
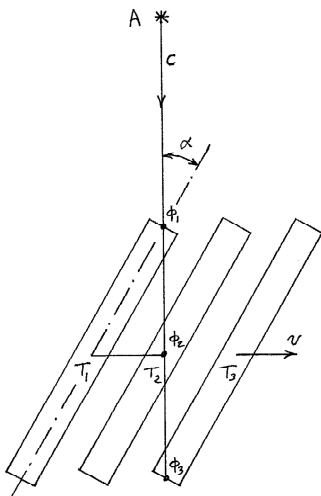
Κ. Χριστοδουλίδης: Ειδική Θεωρία της Σχετικότητας

Η Αποπλάνηση των Σταγόνων της Βροχής



Κ. Χριστοδουλίδης: Ειδική Θεωρία της Σχετικότητας

Η Ερμηνεία της Αποπλάνησης του Φωτός

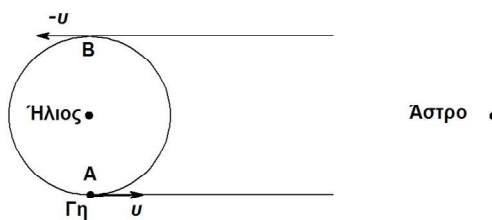


Γνωρίζοντας τη γωνία της αποπλάνησης $\alpha = 20''$ και την ταχύτητα της Γης στην τροχιά της, $v = 30 \text{ km/s}$, ο Bradley βρήκε ότι είναι $c = 3,02 \times 10^8 \text{ m/s}$.

Κ. Χριστοδουλίδης: Ειδική Θεωρία της Σχετικότητας

Οι μετρήσεις της ταχύτητας του αστρικού φωτός από τον Αραγκό

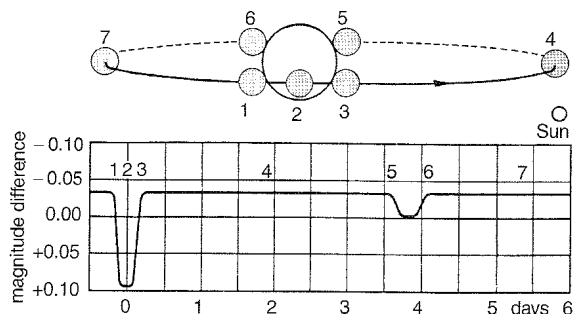
Ο Arago, το 1853, εξέτασε το ενδεχόμενο η ταχύτητα του φωτός να εξαρτάται από την ταχύτητα της πηγής ή του παρατηρητή.



Μετρώντας την εστιακή απόσταση του αντικειμενικού φακού ενός τηλεσκοπίου με χρήση του φωτός από ένα άστρο, δεν βρήκε καμιά διαφορά ανάμεσα στις μετρήσεις που έγιναν όταν η Γη εκινήτο προς το άστρο (θέση Α) και όταν η Γη απομακρυνόταν από αυτό (θέση Β). Αυτό έδειχνε ότι ο δείκτης διάθλασης του φακού δεν μεταβαλλόταν και, επομένως, η ταχύτητα του φωτός παρέμενε η ίδια.

Κ. Χριστοδουλίδης: Ειδική Θεωρία της Σχετικότητας

Η ανεξαρτησία της ταχύτητας του φωτός από την κίνηση της πηγής, όπως προκύπτει από τις καμπύλες φωτεινότητας των διπλών αστέρων

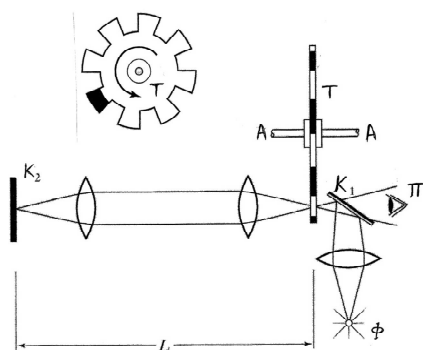


Οι καμπύλες φωτεινότητας των διπλών αστέρων θα έχαναν τη συμμετρία τους αν η ταχύτητα του φωτός διέφερε ανάλογα της σχετικής ταχύτητας του άστρου-δορυφόρου ως προς τη Γη.

Κ. Χριστοδουλίδης; Ειδική Θεωρία της Σχετικότητας

Επίγειες μετρήσεις της ταχύτητας του φωτός

Ακριβείς επίγειες μετρήσεις της ταχύτητας του φωτός έγιναν για πρώτη φορά από τους Fizeau (Φιζώ) το 1849 Foucault (Φουκώ) το 1862.



Ο Φιζώ βρήκε την τιμή:

$$c = 315\,300 \pm 500 \text{ km/s}$$

Ο Φουκώ μέτρησε:

$$c = 298\,000 \pm 500 \text{ km/s}$$

Σήμερα ορίζουμε την ταχύτητα του φωτός στο κενό να είναι ακριβώς ίση με

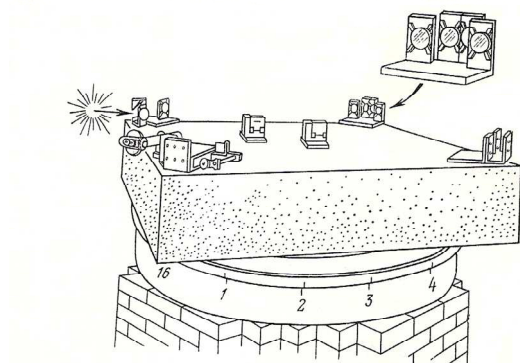
$$c \equiv 299\,792\,458 \text{ m/s}$$

Η διάταξη που χρησιμοποιήθηκε από τον Φιζώ για την πρώτη επίγεια μέτρηση της ταχύτητας του φωτός ($L = 17 \text{ km}$).

Κ. Χριστοδουλίδης; Ειδική Θεωρία της Σχετικότητας

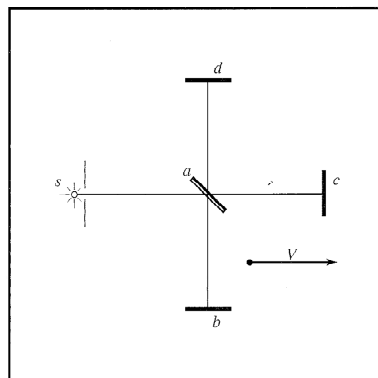
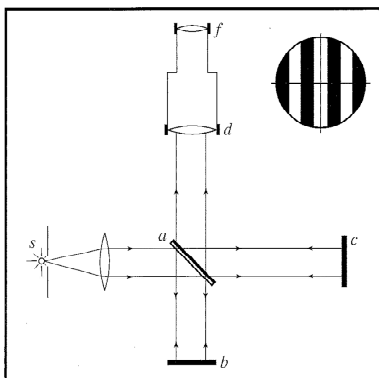
Το πείραμα των Michelson και Morley

Το 1887 οι Μάικελσον και Μόρλυ προσπάθησαν να ανιχνεύσουν την κίνηση της Γης ως προς τον υποτιθέμενο αιθέρα, μέσα στον οποίο διαδίδονται τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα.



Κ. Χριστοδουλίδης: Ειδική Θεωρία της Σχετικότητας

Το πείραμα των Μάικελσον και Μόρλυ



Καθώς περιέστρεφαν το συμβολόμετρο, η πρόβλεψη ήταν ότι θα παρατηρούσαν μια μετατόπιση των κροσσών κατά απόσταση ίση με 0,40 του εύρους του κροσσού. Δεν παρατηρήθηκε μετατόπιση μεγαλύτερη από 0,01 του κροσσού. **Συμπέρασμα:** Ο αιθέρας δεν υπάρχει!

Κ. Χριστοδουλίδης: Ειδική Θεωρία της Σχετικότητας

Η υπόθεση της συστολής των σωμάτων, των Lorentz και Fitzgerald

Στην προσπάθειά τους να περισώσουν τον αιθέρα και να ερμηνεύσουν τα αρνητικά αποτελέσματα του πειράματος των Μάικελσον και Μόρλυ, οι Λόρεντζ και Φιτςζέραλντ έκαναν, το 1892, την αυθαίρετη υπόθεση ότι τα σώματα που κινούνται σε σχέση με τον αιθέρα συστέλλονται στην κατεύθυνση της κίνησής τους.

Αν ο βραχίονας του συμβολομέτρου των Μάικελσον και Μόρλυ, που είναι προσανατολισμένος στην κατεύθυνση της ταχύτητας της Γης ως προς τον αιθέρα, συστέλλεται κατά έναν παράγοντα $\sqrt{1 - V^2/c^2}$, τα αποτελέσματα του πειράματος θα ήταν αρνητικά.

Κ. Χριστοδουλίδης: Ειδική Θεωρία της Σχετικότητας

Ο Μετασχηματισμός του Γαλιλαίου

Ο μετασχηματισμός του Γαλιλαίου μετατρέπει τις συντεταγμένες (x, y, z, t) ενός συμβάντος στο σύστημα αναφοράς S , στις συντεταγμένες του ίδιου συμβάντος (x', y', z', t') στο σύστημα αναφοράς S' , το οποίο κινείται με ταχύτητα $\mathbf{V} = V\hat{\mathbf{x}}$ ως προς το σύστημα S .

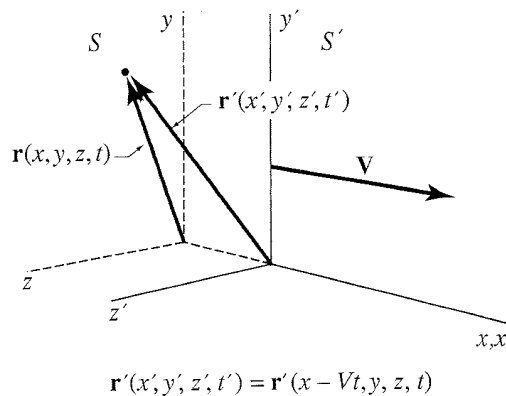
Αν τα δύο συστήματα συμπίπτουν όταν είναι $t = t' = 0$, τότε:

$$x' = x - Vt,$$

$$y' = y, \quad z' = z, \quad t' = t.$$

$$(\mathbf{r}' = \mathbf{r} - \mathbf{V}t, \quad t' = t)$$

Αυτός είναι ο μετασχηματισμός του Γαλιλαίου



Κ. Χριστοδουλίδης: Ειδική Θεωρία της Σχετικότητας

Το Αναλλοίωτο του Δεύτερου Νόμου του Νεύτωνα κατά τον Μετασχηματισμό του Γαλιλαίου

Στο σύστημα αναφοράς S ισχύει ο νόμος $\mathbf{F} = m \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2}$

Ποιος είναι ο νόμος που ισχύει στο σύστημα S' ;

Επειδή είναι $\mathbf{r}' = \mathbf{r} - \mathbf{V}t$, $t' = t$, προκύπτει ότι

$$\mathbf{v}' = \frac{d\mathbf{r}'}{dt'} = \frac{d\mathbf{r}'}{dt} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} - \mathbf{V} = \mathbf{v} - \mathbf{V} \quad \text{και} \quad \mathbf{a}' = \frac{d^2 \mathbf{r}'}{dt'^2} = \frac{d^2 \mathbf{r}'}{dt^2} = \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = \mathbf{a}$$

άρα η επιτάχυνση παραμένει αναλλοίωτη.

$$\text{Επομένως} \quad \mathbf{F} = m \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = m \frac{d^2 \mathbf{r}'}{dt'^2} \quad \text{ή} \quad \mathbf{F}' = m \frac{d^2 \mathbf{r}'}{dt'^2},$$

που σημαίνει ότι ο 2ος νόμος του Νεύτωνα παραμένει αναλλοίωτος κατά τον μετασχηματισμό του Γαλιλαίου, αν επίσης παραμένει αναλλοίωτη η μάζα m και η δύναμη \mathbf{F} .

Κ. Χριστοδουλίδης: Ειδική Θεωρία της Σχετικότητας

Οι Εξισώσεις του Maxwell

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

Η εξίσωση αυτή προκύπτει από τον νόμο του Coulomb και αποτελεί τη διατύπωση του νόμου του Gauss σε διαφορική μορφή. Η έκφραση στα αριστερά είναι η ροή του ηλεκτρικού πεδίου ανά μονάδα απειροστού όγκου, η οποία φαίνεται να είναι ανάλογη του φορτίου που περικλείει ο όγκος αυτός.

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

Αυτή η εξίσωση είναι η αντίστοιχη διατύπωση του νόμου του Gauss για τη ροή του μαγνητικού πεδίου, η οποία εξισώνεται με μηδέν λόγω της ανυπαρξίας μαγνητικών μονοπόλων, που θα αντιστοιχούσαν στα αρνητικά ή θετικά ηλεκτρικά φορτία.

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

Η διαφορική μορφή του νόμου της επαγωγής του Faraday, δηλαδή του γεγονότος ότι χρονικά μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο παράγει ηλεκτρικό πεδίο.

$$\nabla \times \mathbf{B} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mu_0 \mathbf{J}$$

Η τέταρτη εξίσωση είναι η γενικευμένη μορφή του νόμου του Ampère, σύμφωνα με τον οποίο χρονικά μεταβαλλόμενο ηλεκτρικό πεδίο ή ηλεκτρικό ρεύμα, παράγει μαγνητικό πεδίο.

Κ. Χριστοδουλίδης: Ειδική Θεωρία της Σχετικότητας

Η Εξίσωση του ΗΜ Κύματος

Στο κενό, χωρίς φορτία, $\rho = 0$, ή ρεύματα, $\mathbf{J} = 0$, οι εξισώσεις απλοποιούνται σε:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad \nabla \times \mathbf{B} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

οι οποίες μπορούν να συνδυαστούν και να δώσουν μια εξίσωση για το ηλεκτρικό πεδίο

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \quad \text{ή} \quad \nabla^2 \mathbf{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}$$

και μια εξίσωση για το μαγνητικό πεδίο

$$\frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} \quad \text{ή} \quad \nabla^2 \mathbf{B} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2}$$

Αυτές οι εξισώσεις περιγράφουν ένα ηλεκτρομαγνητικό κύμα

που κινείται με ταχύτητα $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$

χωρίς καμιά αναφορά στην ταχύτητα της πηγής του κύματος ή του παρατηρητή.

Κ. Χριστοδουλίδης; Ειδική Θεωρία της Σχετικότητας

Το Ηλεκτρομαγνητικό Κύμα

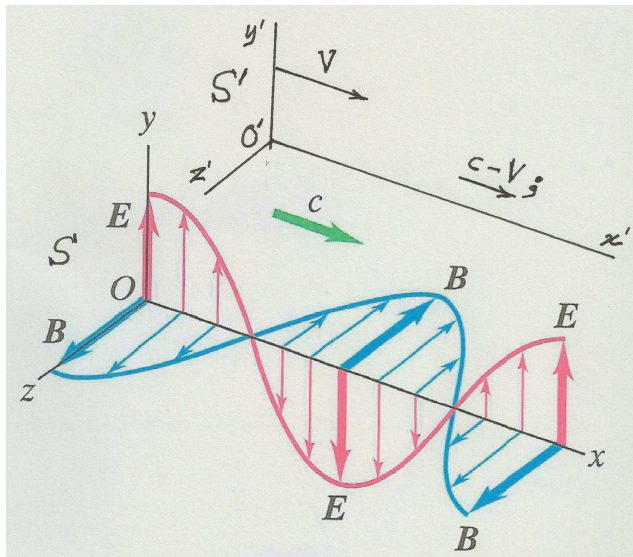
Ο μετασχηματισμός του Γαλιλαίου δεν αφήνει την κυματική εξίσωση αναλλοίωτη!

Αν μετασχηματίσουμε από ένα σύστημα αναφοράς S σε ένα άλλο, S' , που κινείται με ταχύτητα $\mathbf{V} = V \hat{\mathbf{x}}$ ως προς το S , με βάση τον μετασχηματισμό του Γαλιλαίου, βρίσκουμε για την εξίσωση του ΗΜ κύματος:

$$\nabla'^2 \mathbf{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t'^2} + \frac{1}{c^2} \left(V^2 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial x'^2} - 2V \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial x' \partial t'} \right)$$

Κ. Χριστοδουλίδης; Ειδική Θεωρία της Σχετικότητας

Το Ηλεκτρομαγνητικό Κύμα



Κ. Χριστοδουλίδης: Ειδική Θεωρία της Σχετικότητας

Ο Μετασχηματισμός του Lorentz

Κατά τη διάρκεια της περιόδου 1892-1904, ο Lorentz (Λόρεντζ) προσπάθησε να βρει τον μετασχηματισμό $(x, y, z, t) \rightarrow (x', y', z', t')$ μεταξύ δύο αδρανειακών συστημάτων αναφοράς, ένα «ακίνητο», S, και ένα κινούμενο με ταχύτητα $\mathbf{V} = V\hat{\mathbf{x}}$ ως προς το πρώτο, S', που θα άφηνε αναλλοίωτους τους νόμους του ηλεκτρομαγνητισμού, όπως αυτοί διατυπώθηκαν στις εξισώσεις του Μάξγουελ.

Βρήκε ότι αυτό συμβαίνει αν

$$x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \frac{t - (V/c^2)x}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}$$

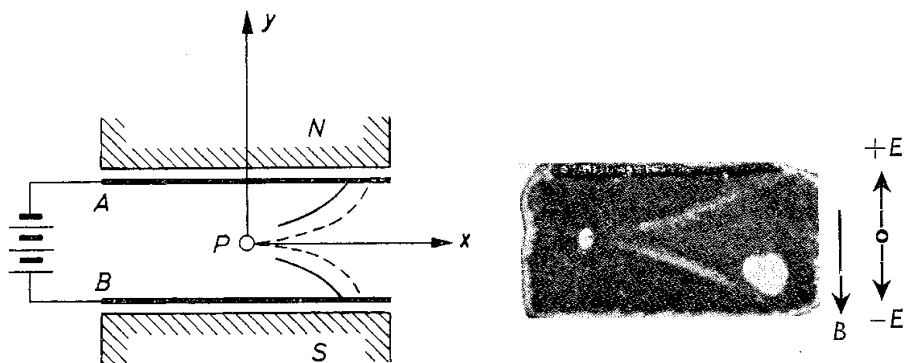
Αυτός είναι τώρα γνωστός ως ο μετασχηματισμός του Lorentz για τις συντεταγμένες θέσης. Ο μετασχηματισμός ανάγεται σε αυτόν του Γαλιλαίου για ταχύτητες V μικρές ως προς την ταχύτητα c.

Το 1905, ο Αϊνστάιν θα επανεξαγάγει τον μετασχηματισμό βασίζομενος στην απαίτηση η ταχύτητα του φωτός στο κενό να είναι η ίδια για όλους τους αδρανειακούς παρατηρητές.

Κ. Χριστοδουλίδης: Ειδική Θεωρία της Σχετικότητας

Τα πειράματα του Κάουφμαν

Ο Kaufmann, το 1901, μελέτησε την απόκλιση ηλεκτρονίων από ραδιενεργό πηγή μέσα σε ηλεκτρικό πεδίο E και παράλληλο μαγνητικό πεδίο, B .

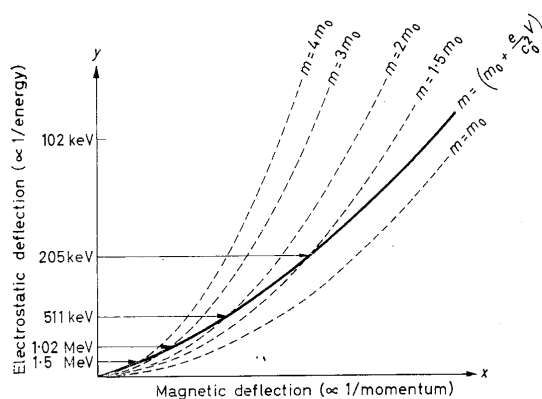


Κ. Χριστοδουλίδης; Ειδική Θεωρία της Σχετικότητας

Οι μετρήσεις του Kaufmann

Ο Κάουφμαν ανέμενε ότι τα ηλεκτρόνια από τη ραδιενεργό πηγή, που είχαν συνεχές φάσμα, θα αποτυπώνονταν πάνω σε μια παραβολική καμπύλη που αντιστοιχούσε στη μάζα τους m_0 και το φορτίο τους $-e$ (κατώτερη διακεκομμένη καμπύλη στο σχήμα).

Αντί αυτού, παρατήρησε (έντονη καμπύλη στο σχήμα) ότι τα ηλεκτρόνια με τις μεγαλύτερες ενέργειες αποτυπώνονταν πάνω σε παραβολές που αντιστοιχούσαν σε μεγαλύτερες μάζες m .



Κ. Χριστοδουλίδης; Ειδική Θεωρία της Σχετικότητας

Η Ερμηνεία του Lorentz για τη μεταβολή της μάζας του ηλεκτρονίου με την ταχύτητα

Στη θεωρία του του ηλεκτρονίου, ο Λόρεντς αποδεικνύει το 1904 για πρώτη φορά τη σχέση

$$m(v) = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}$$

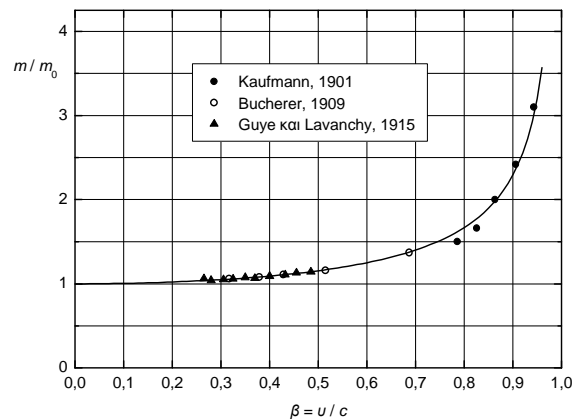
Για την εξαγωγή της σχέσης θεώρησε ότι η κατανομή του ηλεκτρονικού φορτίου είναι ομοιογενής σε μία σφαίρα, η οποία υφίσταται συστολή στην κατεύθυνση κίνησής της σύμφωνα με την υπόθεση της συστολής των Φιτςζέραλντ και Λόρεντς. Ο Λόρεντς συγκρίνει τις τιμές του λόγου που μέτρησε ο Κάουφμαν και δημοσίευσε σε μια εργασία του το 1903, και βρίσκει ικανοποιητική συμφωνία με τις θεωρητικές προβλέψεις.

Κ. Χριστοδουλίδης: Ειδική Θεωρία της Σχετικότητας

Η αύξηση της μάζας του ηλεκτρονίου με την ταχύτητα

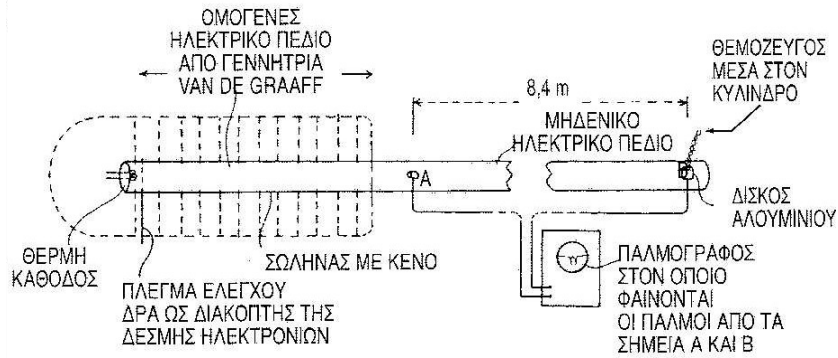
Τα πειραματικά αποτελέσματα των Kaufmann, Bucherer, και Guye και Lavanchy, για τη μεταβολή της μάζας του ηλεκτρονίου συναρτήσει της ταχύτητάς του. Η καμπύλη δίνει τη μεταβολή που προβλέπει η εξίσωση

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - (v / c)^2}}$$



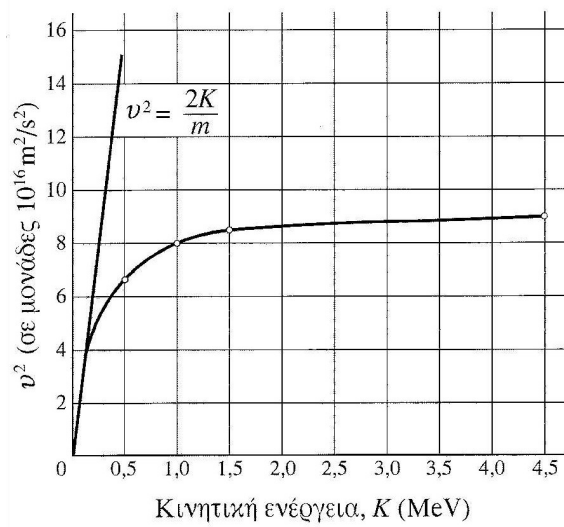
Κ. Χριστοδουλίδης: Ειδική Θεωρία της Σχετικότητας

Σύγχρονη Επιβεβαίωση των Αποτελεσμάτων του Κάουφμαν



Κ. Χριστοδουλίδης: Ειδική Θεωρία της Σχετικότητας

Σύγχρονη Επιβεβαίωση των Αποτελεσμάτων του Κάουφμαν



Κ. Χριστοδουλίδης: Ειδική Θεωρία της Σχετικότητας