

# Φαινόμενα μεταφοράς φορέων

1. Ολίσθηση φορέων (ρεύμα αγωγιμότητας)
2. Διάχυση φορέων (ρεύμα διάχυσης)
3. Έγχυση φορέων
4. Δημιουργία-επανάσυνδεση φορέων

# Φαινόμενα Μεταφοράς και Σκέδασης Φορέων στους Ημιαγωγούς

{Φορείς σε Θερμοδυναμική Ισορροπία}  
+ {Θεώρημα Ισοκατανομής της Ενέργειας}



{Ενέργεια ανά βαθμό ελευθερίας:  $\frac{1}{2} (kT)$ }

Τρεις βαθμοί ελευθερίας (x,y,z)  $\Rightarrow \frac{1}{2} m^* v_{th}^2 = (3/2)(kT)$

$T=300K \Rightarrow v_{th} \approx 10^7 \text{ cm/s}$

Θερμική Κίνηση:  $\Rightarrow$  Διαδοχικές κρούσεις με  
i) Πλεγματικές Ταλαντώσεις ( $T \neq 0$ )  
ii) Ατομα προσμείξεων  
iii) Πλεγματικές ατέλειες  
iv) Όρια κρυσταλλινών

Μέση ελεύθερη διαδρομή:  $\bar{l} \approx 10^{-5} \text{ cm} = 10^3 \text{ \AA}$

Μέσος ελεύθερος χρόνος:  $\tau \approx \bar{l} / v_{th} \approx 10^{-12} \text{ s}$

# 1. Ολίσθηση φορέων (ρεύμα αγωγιμότητας)

{Φορείς, παρουσία μόνο Ηλεκτρικού Πεδίου}

$$m^* dv_x/dt = eE_x \Rightarrow v_x \sim t$$

{Πειραματική παρατήρηση:  $I=jA=(nev)A=\text{σταθ.}$  }

{Σταθερό ρεύμα Αγωγιμότητας, παρουσία σταθ. Ηλ/κού Πεδίου}

Άρα:  $m^* dv_x/dt = eE_x - m^* v_x/\tau \Rightarrow$

οριακή ταχύτητα «ολίσθησης»:  $(v_x)_{op} = (e\tau/m^*)E_x$

Όπου  $\tau$ : Μέσος ελεύθερος χρόνος (μεταξύ δύο διαδοχικών κρούσεων)

Άρα:  $j = nev_{op} = (ne^2\tau/m^*)E$  (1)

Επίσης (N. Ohm:  $j = \sigma E$ ) (2)

Επομένως:  $\sigma = en(e\tau/m^*) = en\mu$  (3)

όπου  $\mu = e\tau/m^*$ : ευκινησία (mobility) των φορέων

Ισοδύναμα:  $j = nev_{op} = \sigma E = en\mu E$

$\Rightarrow \mu = v_{op}/E$

Δηλαδή: η ευκινησία των φορέων

εκφράζει ( $\mu = v_{dr}/E$ ): την οριακή ταχύτητα ολίσθησης των φορέων, ανά μονάδα εφαρμοζόμενου εξωτερικού πεδίου.

Μονάδες :  $(\text{cm/s})/(\text{V/cm}) = \text{cm}^2/(\text{Vs})$

και

εξαρτάται ( $\mu = e\tau/m^*$ ) από :

i)  $\tau$  : (Στατιστική και διαδικασίες σκέδασης)

ii)  $m^*$  : (Δομή Ζώνη: ενεργός μάζα αγωγιμότητας  $\neq m^*_{\text{DoS}}$ )

Συνολικά :  $\sigma = \sigma_e + \sigma_h = |e|(n\mu_e + p\mu_h)$

---

Χαρακτηριστικές Τιμές Ευκινησίας ( $\text{cm}^2/\text{sV}$ )

300K	$\mu_e$	$\mu_h$
Si	1350	475
Ge	3900	1900
GaAs	8500	400
GaP	110	75

# Εξάρτηση του μέσου ελεύθερου χρόνου από τη θερμοκρασία

Εστω:  $l$  = η μέση ελεύθερη διαδρομή  $\equiv$  η μέση απόσταση ανάμεσα σε δύο διαδοχικά κέντρα σκέδασης  
 $S$  = ενεργός διατομή των κέντρων σκέδασης

Άρα:

$$l = v_{th} \tau$$

και, μέσος όγκος ανά κέντρο σκέδασης:  $V = Sl = S\tau v_{th}$ ,

Αν  $N$ : η πυκνότητα (συγκέντρωση) κέντρων σκέδασης:

$$N \approx (1/V) = 1/(Sv_{th}\tau) \Rightarrow$$

Σχέση υπολογισμού του μέσου ελεύθερου χρόνου :

$$\tau(T) = 1/[N(T)v_{th}(T)S(T)]$$

όπου:  $v_{th} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$  η θερμική ταχύτητα των φορέων

- Τύποι κέντρων σκέδασης:
- i) Πλεγματικές Ταλαντώσεις ( $T \neq 0$ )
  - ii) Ατομα προσμείξεων
  - iii) Πλεγματικές ατέλειες
  - iv) Όρια κρυσταλλινών

## Συνολικός μέσος ελεύθερος χρόνος

Αν,  $\tau_i$  ο μέσος ελεύθερος χρόνος για κάθε διαδικασία σκέδασης τότε :  $(1/\tau_i)$ =μέτρο της πιθανότητας σκέδασης τύπου- $i$

Οπότε:

συνολική πιθανότητα σκέδασης = άθροισμα των επιμέρους πιθανοτήτων

$$\frac{1}{\tau} = \sum_i \left( \frac{1}{\tau_i} \right)$$

Στην περίπτωση τέλει-άπειρου κρυστάλλου, απομένουν:  
i)θερμικές ταλαντώσεις, ii) ιονισμένες προσμείξεις

$$\Rightarrow \frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_{phonon}} + \frac{1}{\tau_{ionized dopants}}$$

## i) Σκέδαση από θερμικές ταλαντώσεις (phonons)

$$E_{phonon} = \frac{1}{2} M_{red} v^2 = \frac{1}{2} M_{red} \omega^2 a^2 \cos(\omega t) \Rightarrow \langle E_{phonon} \rangle = \frac{M_{red} \omega^2 a^2}{4} = \frac{1}{2} kT \Rightarrow a^2 = \frac{2kT}{M_{red} \omega^2}$$

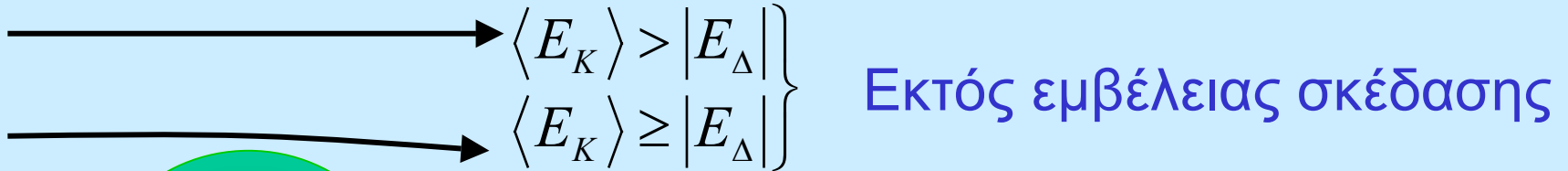
Ενεργός διατομή σκέδασης από φωνόνια:

$$S_{phonon} = \pi a^2 \Rightarrow S_{phonon} = \frac{2\pi kT}{M_{red} \omega^2}$$

Μέσος ελεύθερος χρόνος από σκέδαση σε θερμικές ταλαντώσεις:

$$\begin{aligned} \tau_{phonon} &= \frac{1}{N v_{th}(T) S_{phonon}(T)} = \\ &= \frac{1}{N} \sqrt{\frac{m}{3kT}} \cdot \frac{M_{red} \omega^2}{2\pi kT} \Rightarrow \frac{1}{\tau_{phonon}} \sim AT^{3/2} \end{aligned}$$

ii) Σκέδαση από ιονισμένες προσμείξεις (*ionized dopants*)



Συνθήκη Σκέδασης:

$$\left. \begin{aligned} \langle E_K \rangle \leq |E_\Delta| &\Rightarrow \frac{1}{2} m v_{th}^2 \approx \frac{e^2}{4\pi\epsilon_r\epsilon_0 r_0} \\ \langle E_K \rangle &\approx \frac{3}{2} kT \end{aligned} \right\} \Rightarrow S_{ion-dop} = \pi r_0^2 = \frac{\pi e^4}{(6\pi\epsilon_r\epsilon_0 kT)^2}$$

Μέσος ελεύθερος χρόνος από σκέδαση σε ιονισμένες προσμείξεις:

$$\begin{aligned} \tau_{ion-dop} &= \frac{1}{N v_{th}(T) S_{ion-dop}(T)} = \\ &= \frac{1}{N} \sqrt{\frac{m}{3kT}} \cdot \frac{(6\pi\epsilon_r\epsilon_0 kT)^2}{\pi e^4} \Rightarrow \frac{1}{\tau_{ion-dop}} \sim B T^{-3/2} \end{aligned}$$



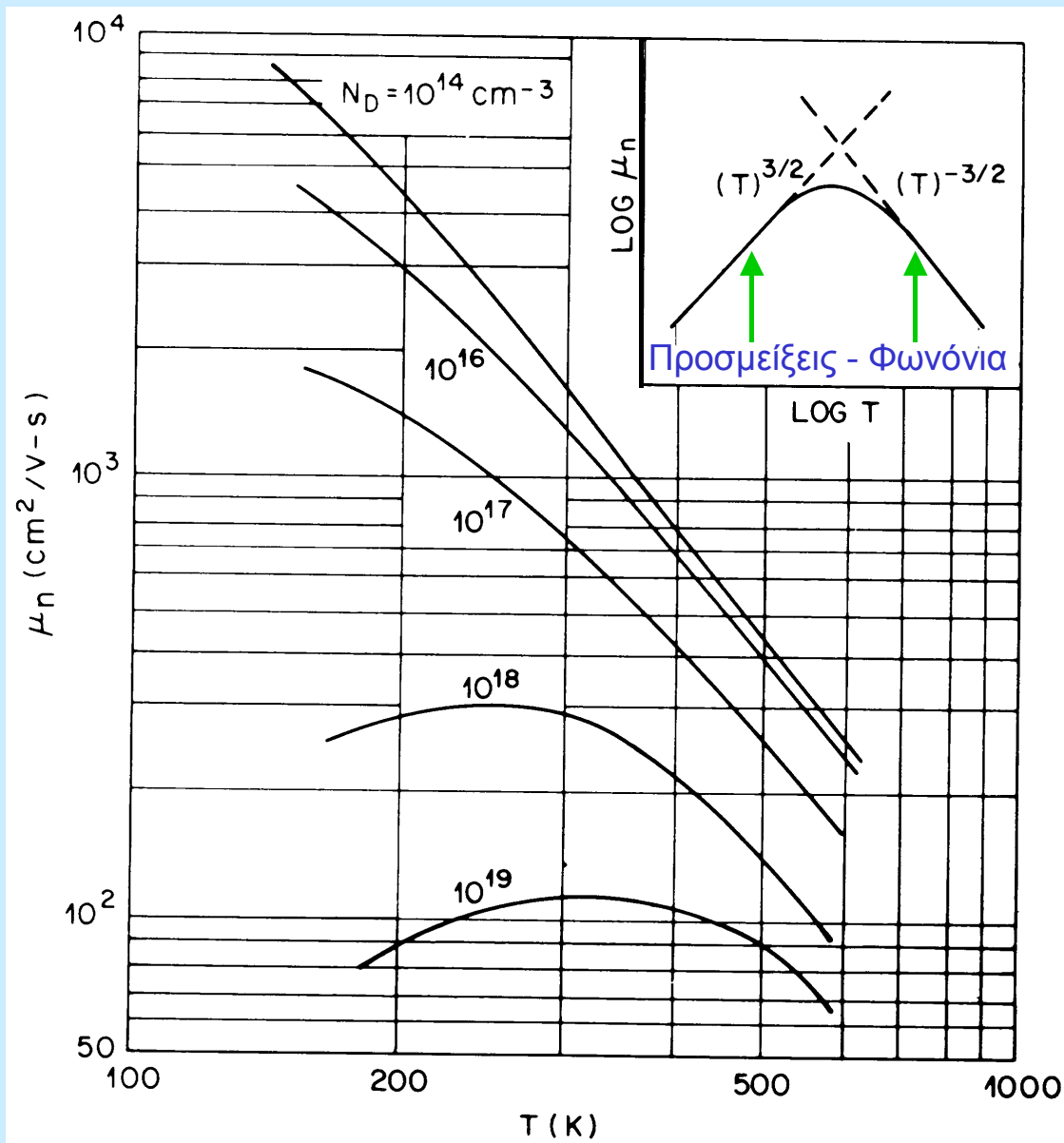
Θερμοκρασιακή εξάρτηση της ευκινησίας των ηλεκτρονίων στο πυρίτιο για διαφορετικές συγκεντρώσεις προσμείξεων τύπου «ΔΟΤΕΣ»

Για χαμηλές συγκεντρώσεις προσμείξεων :  $10^{14}$ - $10^{17}$   $\text{cm}^{-3}$ , επικρατεί η σκέδαση από φωνόνια ( $\mu \sim T^{-3/2}$ )

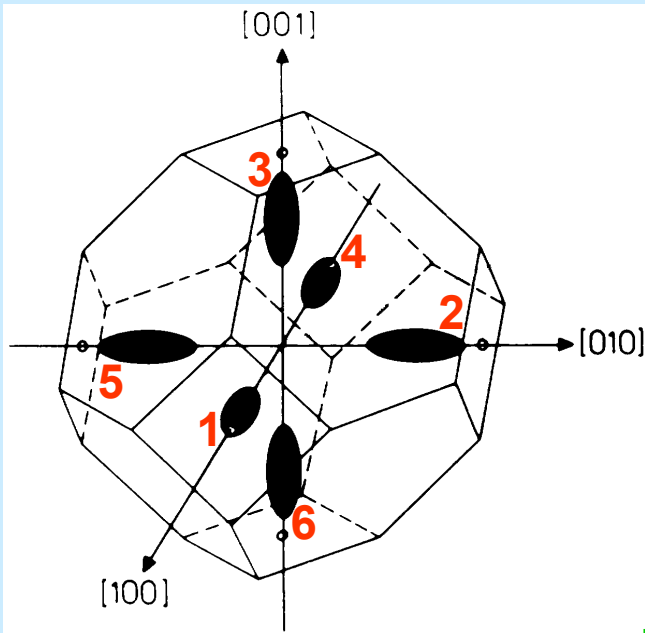
Για υψηλές συγκεντρώσεις προσμείξεων :  $>10^{18}$   $\text{cm}^{-3}$ ,

i) στις χαμηλές θερμοκρασίες επικρατεί η σκέδαση από ιονισμένες προσμείξεις ( $\mu \sim T^{3/2}$ )

ii) στις υψηλές θερμοκρασίες επικρατεί η σκέδαση από φωνόνια επειδή αυξάνει το πλάτος των πλεγματικών ταλαντώσεων



# Υπολογισμός της ενεργού μάζας αγωγιμότητας (π.χ., στο Si)



$$\vec{j} = \sum_{\nu=1}^6 \tilde{\sigma}^{(\nu)} \vec{E} = \sum_{\nu=1}^6 \begin{bmatrix} \sigma_1^{(\nu)} & & \\ & \sigma_2^{(\nu)} & \\ & & \sigma_3^{(\nu)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix}$$

Κατά συνιστώσες (επειδή:  $n^{(\nu)} = n/6$ ,  $\nu=1-6$ )

$$\begin{aligned} j_x &= (\sigma_x^{(1)} + \sigma_x^{(4)}) E_x + (\sigma_x^{(2)} + \sigma_x^{(5)}) E_x + (\sigma_x^{(3)} + \sigma_x^{(6)}) E_x = \\ &= 2(\sigma_x^{(1)} + \sigma_x^{(2)} + \sigma_x^{(3)}) E_x = 2e^2 n^{(\nu)} \tau \left( \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} + \frac{1}{m_3} \right) E_x \end{aligned}$$

Όμοια :

$$\begin{aligned} j_y &= 2(\sigma_y^{(1)} + \sigma_y^{(2)} + \sigma_y^{(3)}) E_y = 2e^2 n^{(\nu)} \tau \left( \frac{1}{m_2} + \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_3} \right) E_y \\ j_z &= 2(\sigma_z^{(1)} + \sigma_z^{(2)} + \sigma_z^{(3)}) E_z = 2e^2 n^{(\nu)} \tau \left( \frac{1}{m_3} + \frac{1}{m_2} + \frac{1}{m_z} \right) E_z \end{aligned}$$

Αν ορίσουμε :

$$\left( \frac{1}{m} \right)_{\alpha\gamma\omega\gamma} = \frac{1}{3} \left( \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} + \frac{1}{m_3} \right)$$

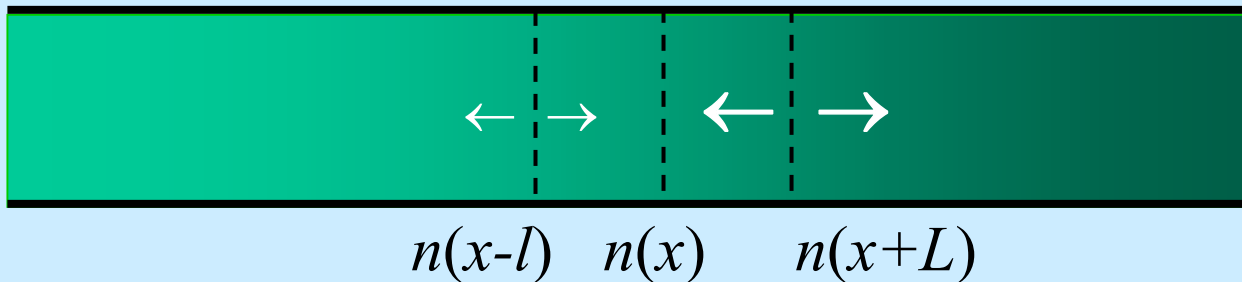
Στο Si και το Ge :

$$\left( \frac{1}{m} \right)_{\alpha\gamma\omega\gamma} = \frac{1}{3} \left( \frac{2}{m_t} + \frac{1}{m_l} \right)$$

Παίρνουμε: 
$$\vec{j} = \frac{6e^2 n^{(\nu)} \tau}{m_{\alpha\gamma\omega\gamma}} \vec{E} = \frac{e^2 n \tau}{m_{\alpha\gamma\omega\gamma}} \vec{E}$$

## 2. Διάχυση φορέων (ρεύμα διάχυσης)

Όταν έχουμε χωρικά ανομοιογενή συγκέντρωση φορέων,  $n$ , η οποία μεταβάλλεται μόνο κατά τη διεύθυνση  $x$ :  $n=n(x)$ ,



Συνολική Ροή Σωματιδίων στην θέση :  $x$

$$F(x)=F_{\rightarrow}(x-l)-F_{\leftarrow}(x+l)= \left(\frac{1}{2}\right)n(x-l)v_{th,x} - \left(\frac{1}{2}\right)n(x+l)v_{th,x}$$

$$F = \frac{v_{th,x}}{2} \left( n(x) - l \frac{dn}{dx} - n(x) - l \frac{dn}{dx} \right) = -v_{th,x} l \frac{dn}{dx} \Rightarrow F = -D \frac{dn}{dx}$$

Όπου:  $D=v_{th,x}l$  : Συντελεστής διάχυσης

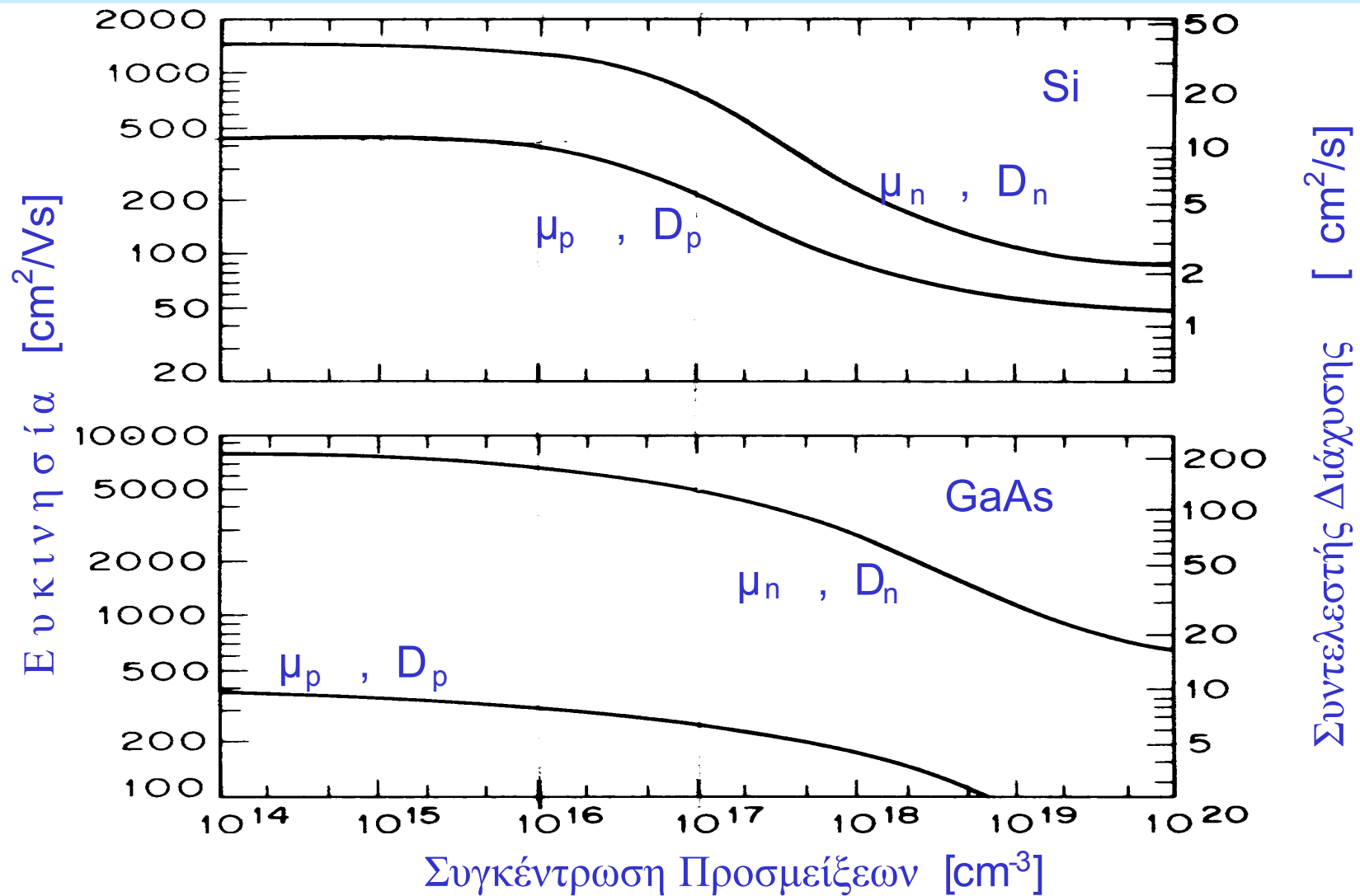
# Ρεύμα Διάχυσης και Σχέση κινητικών συντελεστών (Διάχυσης ~ Ευκινησίας)

$$J_D = qF \Rightarrow J_D = -qD \frac{dn}{dx}$$

## Σχέση κινητικών συντελεστών (Διάχυσης ~ Ευκινησίας)

$$\left. \begin{array}{l} \mu = \frac{e\tau}{m^*} \\ D = v_{th,x} l \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{D}{\mu} = \frac{v_{th,x} l}{e\tau} m^* = \frac{m^* v_{th,x}^2}{e} \left. \begin{array}{l} \\ \frac{1}{2} m^* v_{th}^2 = \frac{kT}{2} \\ \uparrow \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{D}{\mu} = \frac{kT}{e} : \text{Σχέση Einstein}$$

Θεώρημα ισοκατανομής για κίνηση σε μία δεύθυνση ( $x$ )



Συντελεστές Ευκινησίας και Διάχυσης του Si και του GaAs, σε θερμοκρασία δωματίου, ως συνάρτηση της συγκέντρωσης προσμείξεων

Στην περίπτωση που έχουμε : i) φορείς τύπου  $n$

ii) φορείς τύπου  $p$

iii) ανομοιογενείς πυκνότητες,  $n(x), p(x)$

iv) εξωτερικό ηλεκτρικό πεδίο  $E$

Το συνολικό ρεύμα είναι  $J_{ολ} = J_n + J_p$ , όπου :

$$J_n = |e| \left[ n \mu_n E + D_n \frac{dn}{dx} \right]$$

Ρεύμα αγωγιμότητας

Ρεύμα διάχυσης

$$J_p = |e| \left[ p \mu_p E - D_p \frac{dp}{dx} \right]$$

### 3. Έγχυση φορέων

Εισαγωγή πλεονάσματος φορέων, ώστε  $np > n_i^2 \approx 10^{20} \text{ cm}^{-3}$   
(απομάκρυνση από θερμοδυναμική ισορροπία)

**Παράδειγμα: n-Si** ( $n \approx N_D = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ , σε ολικό ιονισμό)

α) σε θερμοδυναμική ισορροπία:  $np = n_i^2 \Rightarrow p = n_i^2 / N_D = 10^5 \text{ cm}^{-3}$

β) οπτική έγχυση φορέων χαμηλής έντασης:  $\Delta n = \Delta p = 10^{12} \text{ cm}^{-3}$

$$n_n = 10^{15} + 10^{12} \approx 10^{15} \text{ cm}^{-3}$$

$$p_n = 10^5 + 10^{12} \approx 10^{12} \text{ cm}^{-3}$$

γ) οπτική έγχυση φορέων υψηλής έντασης:  $\Delta n = \Delta p = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$

$$n_n = 10^{15} + 10^{17} \approx 10^{17} \text{ cm}^{-3}$$

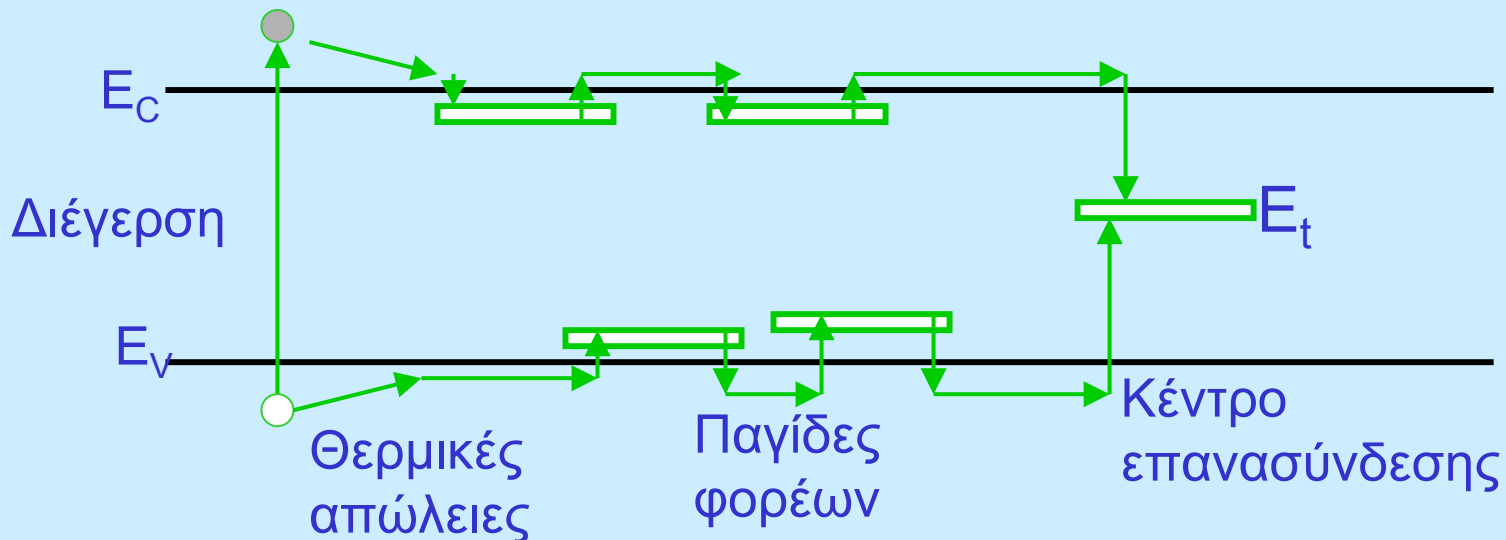
$$p_n = 10^5 + 10^{17} \approx 10^{17} \text{ cm}^{-3}$$

## 4. Δημιουργία-επανασύνδεση φορέων

α) Δημιουργία :  
i) θερμική ( $G_{th}$ )  
ii) οπτική ( $G_{Light}$ )  
iii) ηλεκτρική

β) Επανασύνδεση: i) άμεση  
ii) έμμεση (κέντρα επανασύνδεσης)  
iii) επιφανειακή

(εντοπισμένες ενδοχασματικές ενεργειακές καταστάσεις λόγω διακοπής της πλεγματικής δομής στην επιφάνεια





# Χρονική εξέλιξη της συγκέντρωσης φορέων κατά την έναρξη και τη διακοπή της διέγερσης

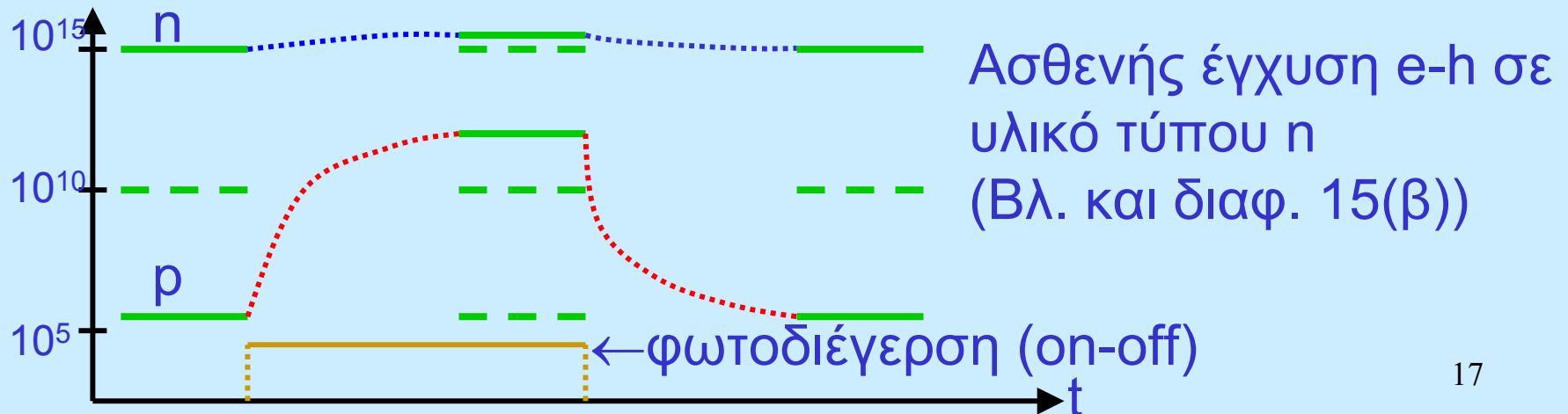
Έστω :  $\tau$  = μέσος χρόνος επανασύνδεσης

α) Έναρξη: 
$$\frac{d\Delta p_n}{dt} = G - \frac{\Delta p_n}{\tau} \Rightarrow \ln \left[ G - \frac{\Delta p_n}{\tau} \right] = -\frac{t}{\tau} + C$$

$\{t = 0, \Delta p_n = 0\} \Rightarrow C = \ln G$

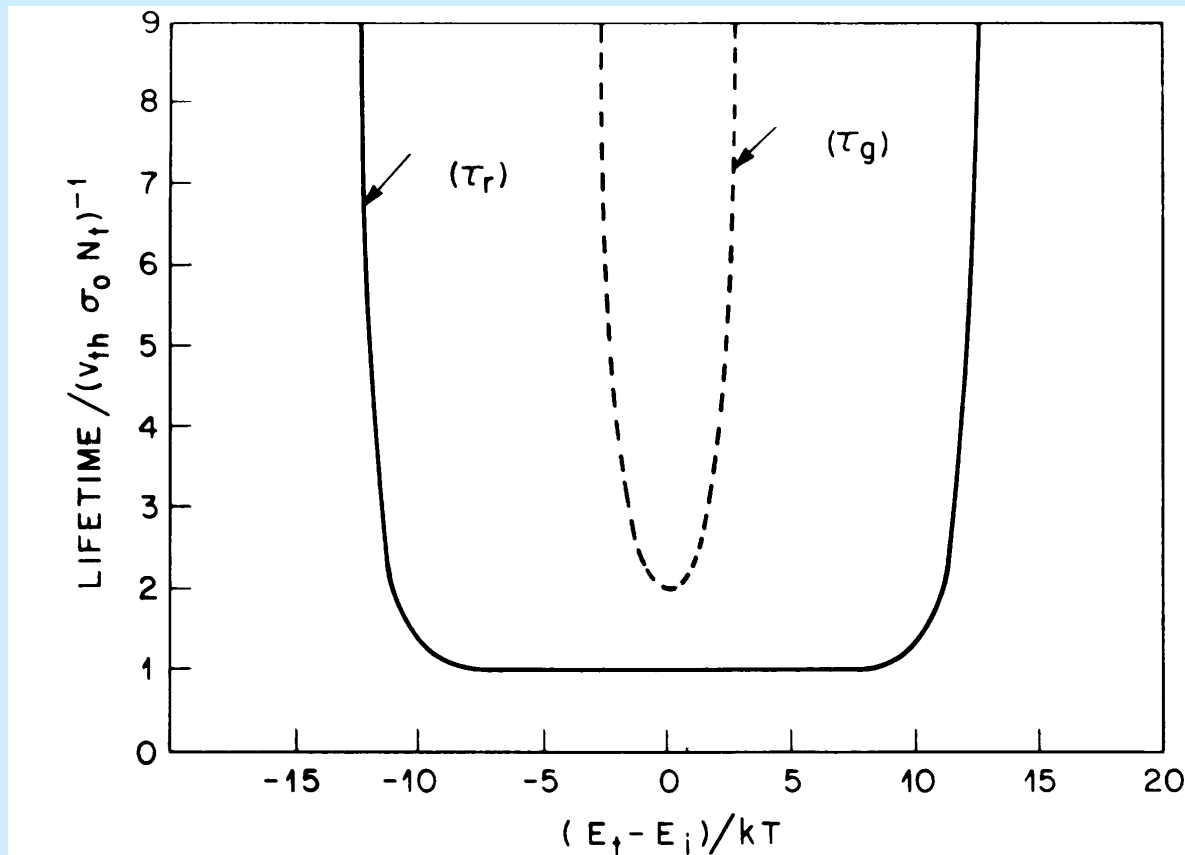
Τελικά : 
$$\Delta p_n(t) = \tau G \left[ 1 - \exp \left( -\frac{t}{\tau} \right) \right], \quad 0 \leq t < t_{off}$$

β) Διακοπή την  $t_{off} \gg \tau$ : 
$$\frac{d\Delta p_n}{dt} = -\frac{\Delta p_n}{\tau} \Rightarrow \Delta p_n = \Delta p_n(0) \exp \left( -\frac{t'}{\tau} \right)$$



Χρόνοι δημιουργίας,  $\tau_g$  (g=generation) και επανασύνδεσης  $\tau_r$  (r=recombination) φορέων (λόγω ενδοχασματικών κέντρων)

$$\tau_g = \frac{2 \cosh \frac{E_t - E_i}{kT}}{v_{th} \sigma_0 N_t}, \quad \tau_r = \frac{1 + \frac{2n_i}{n_{n0} + p_{n0}} \cosh \frac{E_t - E_i}{kT}}{v_{th} \sigma_0 N_t}$$



# Ταχύτητες επιφανειακής (s=surface) δημιουργίας και επανασύνδεσης Φορέων

Ταχύτητα δημιουργίας

$$S_g = \frac{v_{th} \sigma_s N_{st}}{2 \cosh \frac{E_t - E_i}{kT}}$$

Ταχύτητα  
επανασύνδεσης

$$S_r = \frac{v_{th} \sigma_s N_{st}}{1 + \frac{2n_i}{n_{n0} + p_{no}} \cosh \frac{E_t - E_i}{kT}}$$

Προσέξτε ότι :

$$\frac{S_r}{S_g} = \frac{\tau_g}{\tau_r}$$

## Στάθμη Fermi ανομοιογενών ημιαγωγών σε θερμοδυναμική ισορροπία

①  $N_1(E)$   
 $f_1(E)$

$N_2(E)$   
 $f_2(E)$

②  $F_{1 \rightarrow 2}(E) = [N_1(E)f_1(E)] \cdot [N_2(E)(1 - f_2(E))]$

$F_{2 \rightarrow 1}(E) = [N_2(E)f_2(E)] \cdot [N_1(E)(1 - f_1(E))]$

Σε θερμοδυναμική ισορροπία:  $F_{1 \rightarrow 2}(E) = F_{2 \rightarrow 1}(E) \Rightarrow$

$$N_1 N_2 f_1 - N_1 N_2 f_1 f_2 = N_1 N_2 f_2 - N_1 N_2 f_1 f_2 \Rightarrow$$

$$N_1 N_2 f_1 = N_1 N_2 f_2 \Rightarrow f_1(E) = f_2(E) \Rightarrow$$

$$\left[ 1 + e^{\frac{(E - E_{F_1})}{kT}} \right]^{-1} = \left[ 1 + e^{\frac{(E - E_{F_2})}{kT}} \right]^{-1} \Rightarrow E_{F_1} = E_{F_2}$$

Γενικότερα, σε θερμοδυναμική ισορροπία ισχύει:  $\frac{dE_F}{dx} = 0$

1) Χρήσιμες σχέσεις που συνδέουν τις συγκεντρώσεις φορέων και τα επίπεδα Fermi εξωγενών (α) και ενδογενών (β) ημιαγωγών σε κατάσταση Θερμοδυναμικής Ισορροπίας (ΘΙ)

$$\left. \begin{array}{l} \alpha_1) n_{\Theta I} = N_C e^{-\frac{E_C - E_F}{kT}} \\ \beta_1) n_i = N_C e^{-\frac{E_C - E_i}{kT}} \end{array} \right\} \Rightarrow n_{\Theta I} = n_i e^{\frac{E_F - E_i}{kT}}$$

$$\left. \begin{array}{l} \alpha_2) p_{\Theta I} = N_V e^{-\frac{E_F - E_V}{kT}} \\ \beta_2) p_i = N_V e^{-\frac{E_i - E_V}{kT}} \end{array} \right\} \Rightarrow p_{\Theta I} = p_i e^{\frac{E_i - E_F}{kT}}$$

2) Σχέσεις ορισμού για τις ψευδοστάθμες Fermi (Imref) που συνδέουν τις συγκεντρώσεις εξωγενών φορέων σε στάσιμη κατάσταση μη-Θερμοδυναμικής Ισορροπίας, με τις αντίστοιχες ενδογενείς παραμέτρους σε κατάσταση ΘΙ

$$n_{\Sigma K - \mu \Theta I} = n_i e^{\frac{E_{F_n} - E_i}{kT}}$$

$$p_{\Sigma K - \mu \Theta I} = p_i e^{\frac{E_i - E_{F_p}}{kT}}$$

## Εφαρμογή εξωτερικού Ηλεκτρικού πεδίου σε ομογενή ημιαγωγό (I)

Έστω ότι εφαρμόζουμε διαφορά δυναμικού  $V$  ανάμεσα στα δύο άκρα ενός επιμήκους ομογενούς ημιαγωγού,

το ηλεκτρικό πεδίο θα είναι :  $\mathcal{E} = -dV/dx = -(1/q)(dE/dx)$   
όπου:  $E$ , η ηλεκτρική ενέργεια των φορέων

για τα ηλεκτρόνια:  $E \equiv E_C$ ,

για τις οπές:  $E \equiv E_V$ ,

Αντιπροσωπευτική ενέργεια για όλο το σύστημα ( $e$  &  $h$ ):  $E_i$ ,

(Ενδογενής Στάθμη Fermi:  $E_i \parallel E_V \parallel E_C$ ):  $\mathcal{E} = -(1/q)(dE_i/dx)$

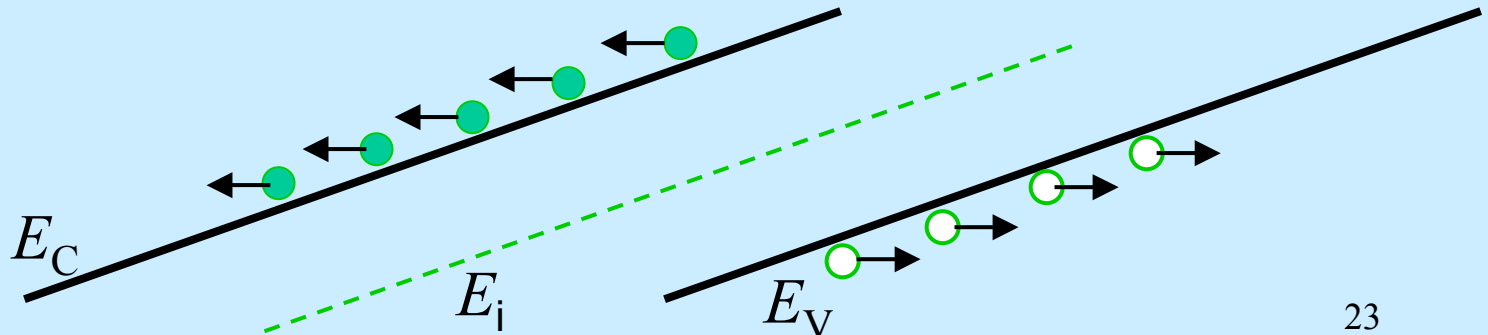
# Εφαρμογή εξωτερικού Ηλεκτρικού πεδίου σε ομογενή ημιαγωγό (II)

Διπλή ερμηνεία της:  $\mathcal{E} = -(1/q)(dE_i/dx)$  :

- Παρουσία ηλεκτρικού πεδίου έχουμε μεταβολή της ενδογενούς στάθμης Fermi ( $E_i = E_i(x)$ ), και, επομένως και των ζωνών σθένους και αγωγιμότητας

Η

- Μεταβολές (λόγω ανομοιογένειας) της ενδογενούς στάθμης Fermi (ως προς το πραγματικό επίπεδο Fermi, που είναι σταθερό σε όλο το υλικό, σε Θερμ/κή Ισορροπία, βλ. και διαφάνεια 20), προκαλούν την ανάπτυξη εσωτερικών ηλεκτρικών πεδίων [Βλ. επόμενη διαφάνεια]



Ηλεκτρικό πεδίο που αναπτύσσεται σε ημιαγωγούς με ανομοιογενή συγκέντρωση συγκέντρωση φορέων, σε κατάσταση Θερμοδυναμικής Ισορροπίας

Αν, π.χ.,  $n = n(x)$ , (αλλά,  $E_F = \text{σταθ.}$ , λόγω  $\Theta$ ):

$$n(x) = N_C e^{-\frac{E_C(x) - E_F}{kT}} = n_i e^{-\frac{E_i(x) - E_F}{kT}}$$

$$\frac{n(x)}{N_C} = e^{-\frac{E_C(x) - E_F}{kT}} \Rightarrow E_C(x) = E_F - kT \ln \left[ \frac{n(x)}{N_C} \right]$$

$$\frac{n(x)}{n_i} = e^{-\frac{E_i(x) - E_F}{kT}} \Rightarrow E_i(x) = E_F - kT \ln \left[ \frac{n(x)}{n_i} \right]$$

$$\mathcal{E} = -(1/q)(dE_i/dx) = \frac{kT}{q} \cdot \frac{1}{n(x)} \cdot \frac{dn(x)}{dx}$$



Διαφορά δυναμικού λόγω ανομοιογενούς συγκέντρωσης φορέων και αλληλοαναίρεσης των ρευμάτων διάχυσης και ολίσθησης

$$J = 0 \Rightarrow n\mu_n E = -D_n \frac{dn}{dx} \Rightarrow E = -\frac{D_n}{\mu_n} \cdot \frac{1}{n(x)} \cdot \frac{dn}{dx}$$

$$E = -\frac{kT}{q} \cdot \frac{1}{n(x)} \cdot \frac{dn(x)}{dx} \Rightarrow dV = \frac{kT}{q} \cdot \frac{dn(x)}{n(x)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \int_{V_1}^{V_2} dV = \frac{kT}{q} \cdot \int_{n_1}^{n_2} \frac{dn(x)}{n(x)}$$

$$\Rightarrow V_2 - V_1 = \frac{kT}{q} \ln \left( \frac{n_2}{n_1} \right)$$

Φυσική προέλευση του Ηλεκτρικού πεδίου,  
λόγω ανομοιογενούς συγκέντρωσης φορέων, σε κατάσταση ΘΙ

π.χ.: ανομοιογενής (κατά βάθος) εμφύτευση προσμείξεων,  
 $N_D = N_0 e^{-ax}$ , αλλά τέτοια ώστε να έχουμε ολικό ιονισμό, σε όλη  
την έκταση του υλικού

α) αρχικά: ανομοιογενής συγκέντρωση ιονισμένων δοτών  
 $N_D^+ = N_0^+ e^{-ax}$ , και ελεύθερων ηλεκτρονίων  $n = n_0 e^{-ax}$ , ( $n_0 = N_0^+$ )

β)  $dN_D^+/dx \neq 0$ ,  $dn/dx \neq 0$  τείνουν να προκαλέσουν ρεύμα διάχυσης,  
στο οποίο αποκρίνονται (πρακτικά) μόνο τα ελεύθερα  
ηλεκτρόνια (λόγω πολύ μεγαλύτερης αδράνειας των ιόντων)

γ) το ρεύμα διάχυσης προκαλεί συσσώρευση αντίθετων  
φορτίων (λόγω διαχωρισμού των  $N_D^+(x) =$  και  $n(x)$  )

δ) το επαγόμενο πεδίο προκαλεί αντίθετο ρεύμα αγωγιμότητας  
που αναιρεί το ρεύμα διάχυσης, με αποτέλεσμα την επίτευξη ΘΙ

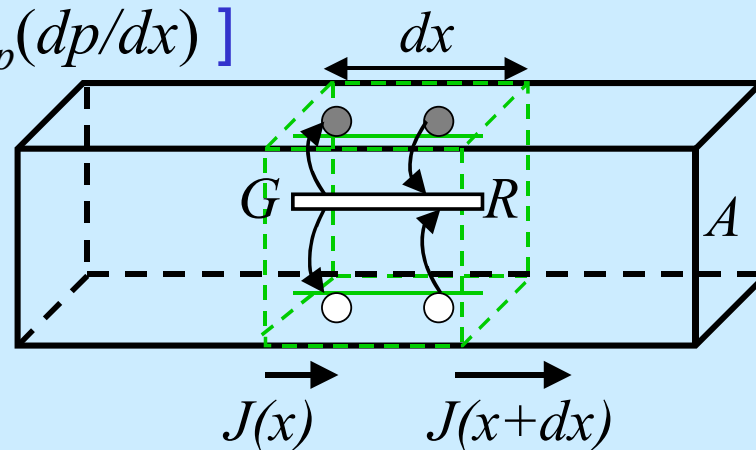
## Εξίσωση συνέχειας κατά την περίπτωση ταυτόχρονης :

γ) Διάχυσης φορέων [  $qD_n(dn/dx), -qD_p(dp/dx)$  ]

δ) Ολίσθησης φορέων [  $q\mu_n nE, q\mu_p pE$  ]

α) Δημιουργίας φορέων [  $G_n, G_p$  ]

β) Επανασύνδεσης φορέων [  $R_n, R_p$  ]



$$\frac{\partial n}{\partial t} [-|e| A dx] = [J_n(x)A - J_n(x+dx)A] + (G_n - R_n)A dx \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{aligned} \frac{\partial n}{\partial t} &= \frac{1}{|e|} \frac{\partial J_n}{\partial x} + (G_n - R_n) \\ J_n(x) &= |e| \left( \mu_n n E + D_n \frac{\partial n}{\partial x} \right) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\partial n}{\partial t} = n \mu_n \frac{\partial E}{\partial x} + \mu_n E \frac{\partial n}{\partial x} + D_n \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} + G_n - R_n$$

Στην περίπτωση χαμηλής έγχυσης σε υλικό τύπου-p, ενδιαφέρουν οι φορείς μειονότητας  $n_p$  (φορείς πλειονότητας,  $p_n \approx$  σταθεροί), όπου  $R_n = (n_p - n_{p0})/\tau_n$ , οπότε :

Η εξίσωση συνέχειας στη μία διάσταση γράφεται :

$$\frac{\partial n_p}{\partial t} = n_p \mu_n \frac{\partial E}{\partial x} + \mu_n E \frac{\partial n_p}{\partial x} + D_n \frac{\partial^2 n_p}{\partial x^2} + G_n - \frac{n_p - n_{p0}}{\tau_n}$$

Η αντίστοιχη σχέση, για τους φορείς μειονότητας ( $p_n$ ) σε υλικό τύπου-n, στην περίπτωση ασθενούς έγχυσης, γράφεται :

$$\frac{\partial p_n}{\partial t} = -p_n \mu_p \frac{\partial E}{\partial x} - \mu_p E \frac{\partial p_n}{\partial x} + D_p \frac{\partial^2 p_n}{\partial x^2} + G_p - \frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p}$$

Κάθε μία από αυτές τις εξισώσεις (κατά περίπτωση) πρέπει να συναληθεύει με την εξίσωση Poisson :

$$\frac{dE}{dx} = \frac{\rho}{\epsilon_s} = \frac{|e|}{\epsilon_s} (p - n + N_D^+ - N_A^-)$$

Η εξίσωση συνέχειας, σε τρεις διαστάσεις, για τους φορείς μειονότητας, στην περίπτωση χαμηλής έγχυσης, γράφεται :

$$\frac{\partial n_p}{\partial t} = n_p \mu_n (\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) + \mu_n \vec{E} \cdot \vec{\nabla} n_p + D_n \nabla^2 n_p + G_n - \frac{n_p - n_{p0}}{\tau_n}$$

$$\frac{\partial p_n}{\partial t} = -p_n \mu_p (\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \mu_p \vec{E} \cdot \vec{\nabla} p_n + D_p \nabla^2 p_n + G_p - \frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p}$$

για υλικό τύπου-p και υλικό τύπου-n αντίστοιχα.

Κάθε μία από αυτές τις εξισώσεις (κατά περίπτωση) πρέπει να συναληθεύει με την εξίσωση Poisson. Το αντίστοιχο σύστημα επιλύεται (λόγω αλγεβρικής πολυπλοκότητας) συνήθως αριθμητικά, αποτελώντας τη βάση κατάλληλων προσομοιώσεων.

Αναλυτική επίλυση είναι δυνατή όταν ελλείπουν κάποιοι όροι και ισχύουν απλουστευτικές προσεγγίσεις.

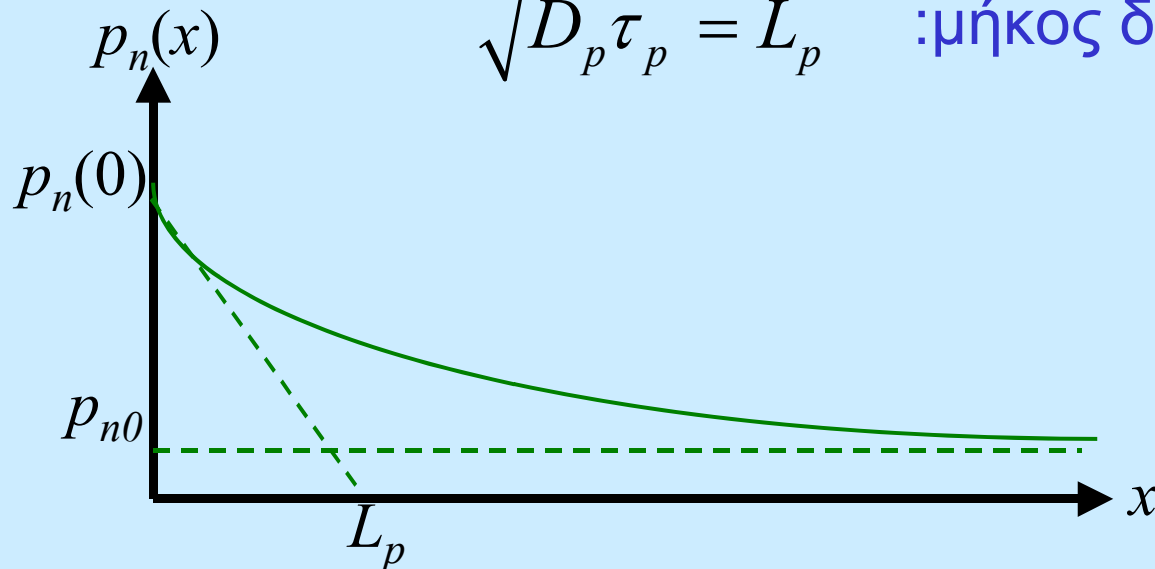
Εφαρμογή της εξίσωσης συνέχειας: Μόνιμη έγχυση φορέων στο ένα άκρο ( $x=0$ ), ημιαγωγού τύπου-n με ταυτόχρονη μόνιμη απομάκρυνση όλων των φορέων περίσσειας στο  $x=w$ , απουσία

ηλεκτρικού πεδίου ( $E=0$ ): 
$$\frac{\partial p_n}{\partial t} = D_p \frac{\partial^2 p_n}{\partial x^2} - \frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p} = 0$$

i)  $p_n(x=0)=p_n(0)=$ σταθερή τιμή,  $p_n(x \rightarrow \infty)=p_{n0}$ : (ημιάπειρο υλικό)

Λύση: 
$$p_n(x) = p_{n0} + [p_n(0) - p_{n0}] e^{-x / \sqrt{D_p \tau_p}}$$

$$\sqrt{D_p \tau_p} = L_p \quad \text{: μήκος διάχυσης}$$

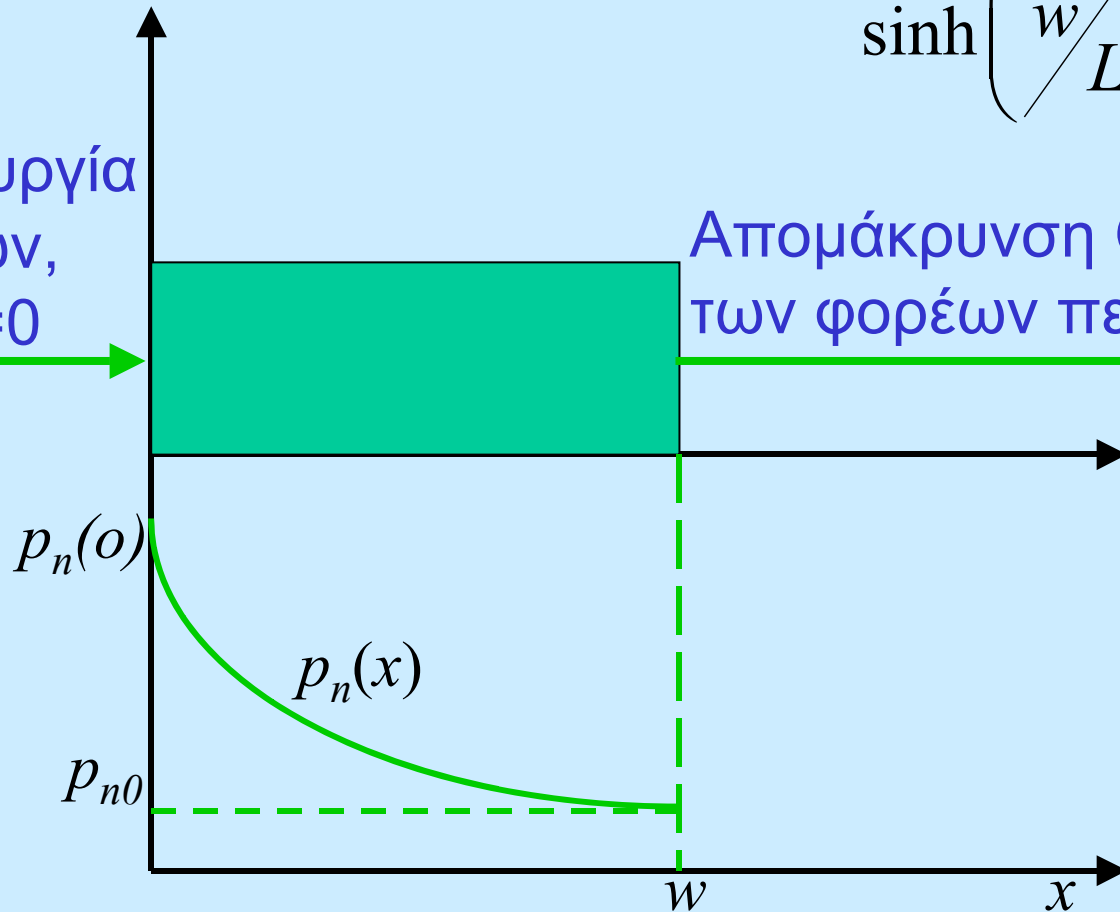


ii)  $p_n(x=0)=p_n(0)=\text{σταθερή τιμή}$ , αλλά  $p_n(x=w)=p_{n0}$ :

Λύση: 
$$p_n(x) = p_{n0} + [p_n(0) - p_{n0}] \frac{\sinh\left(\frac{(w-x)}{L_p}\right)}{\sinh\left(\frac{w}{L_p}\right)}$$

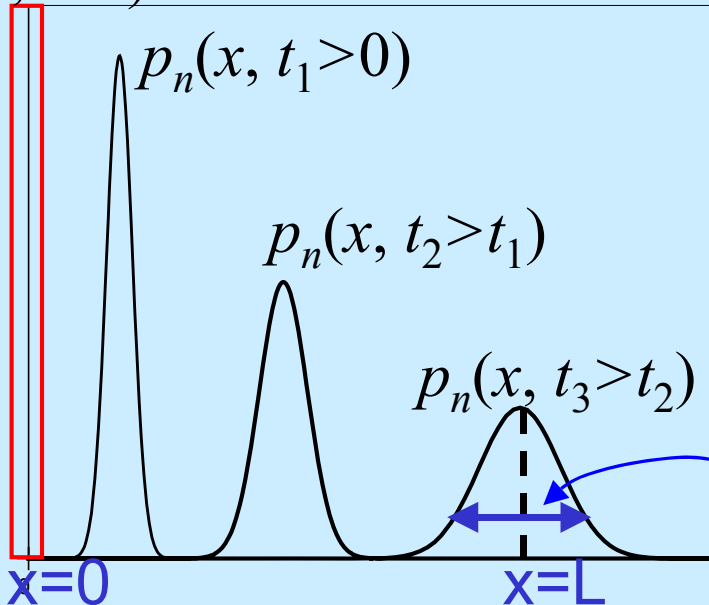
Δημιουργία φορέων, στο  $x=0$

Απομάκρυνση ΟΛΩΝ των φορέων περισσεϊας



# Πείραμα των Haynes and Shockley (1951, Bell TL)

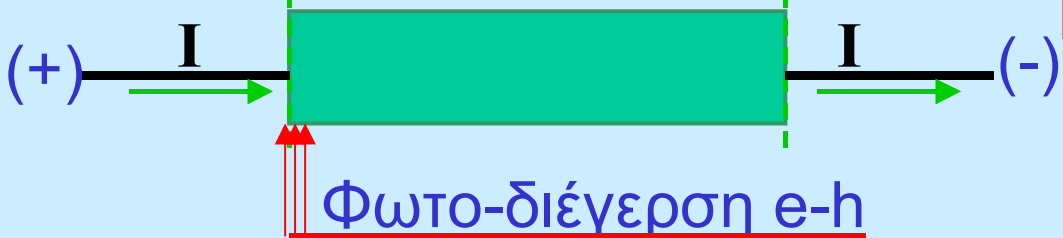
$$p_n(x, t=0)$$



Ολίσθηση και διάχυση φορέων μειονότητας:  
 (π.χ., φωτοδιέγερση ηλεκτρονίων-οπών, σε ημιαγωγό τύπου-n, παρουσία ηλεκτρικού πεδίου, δηλ.,  $\Delta n \ll n_{n0}$ ,  $\Delta p \gg p_{n0}$ )

**Δεδομένα :**  
 $L=1\text{cm}$ ,  $\Delta V=2\text{ Volt}$ ,  $E=2\text{ Volt/cm}$

**Μετρήσεις :**  
 $t_3=0.26\text{ ms}$ ,  $\Delta t=118.5\ \mu\text{s}$



Ζητούμενα αποτελέσματα :  $\mu_p = ;$  ,  $D_p = ;$  , Επιβεβαίωση σχέσης Einstein



$$\frac{\partial p_n}{\partial t} = -p_n \mu_p \frac{\partial E}{\partial x} - \mu_p E \frac{\partial p_n}{\partial x} + D_p \frac{\partial^2 p_n}{\partial x^2} + G_p - \frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p}$$

$E=0$ , και επειδή

$\tau_p \approx 10^{-8} - 10^{-9}$  s

ενώ  $\tau_{\text{διαχ}} \approx 10^{-12}$  s, ο όρος

$(p_n - p_{n0})/\tau_p \ll \partial p_n / \partial t$ , άρα,

με καλή προσέγγιση :

$$\frac{\partial p_n}{\partial t} = D_p \frac{\partial^2 p_n}{\partial x^2} - \frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p} \approx D_p \frac{\partial^2 p_n}{\partial x^2}$$

$$\Rightarrow p_n(x, t) \approx \frac{\Delta p_0}{2\sqrt{\pi D_p t}} e^{-\frac{x^2}{4D_p t}} + p_{n0}$$

Ακριβής λύση,  
παρουσία  
σταθερού πεδίου

$$\frac{\partial p_n}{\partial t} = D_p \frac{\partial^2 p_n}{\partial x^2} - \mu_p E \frac{\partial p_n}{\partial x} + -\frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p_n(x, t) \approx \frac{\Delta p_0}{2\sqrt{\pi D_p t}} e^{\left[ -\frac{(x - \mu_p E t)^2}{4D_p t} - \frac{t}{\tau_p} \right]} + p_{n0}$$

## Υπολογισμός συντελεστών ευκινησίας και διάχυσης

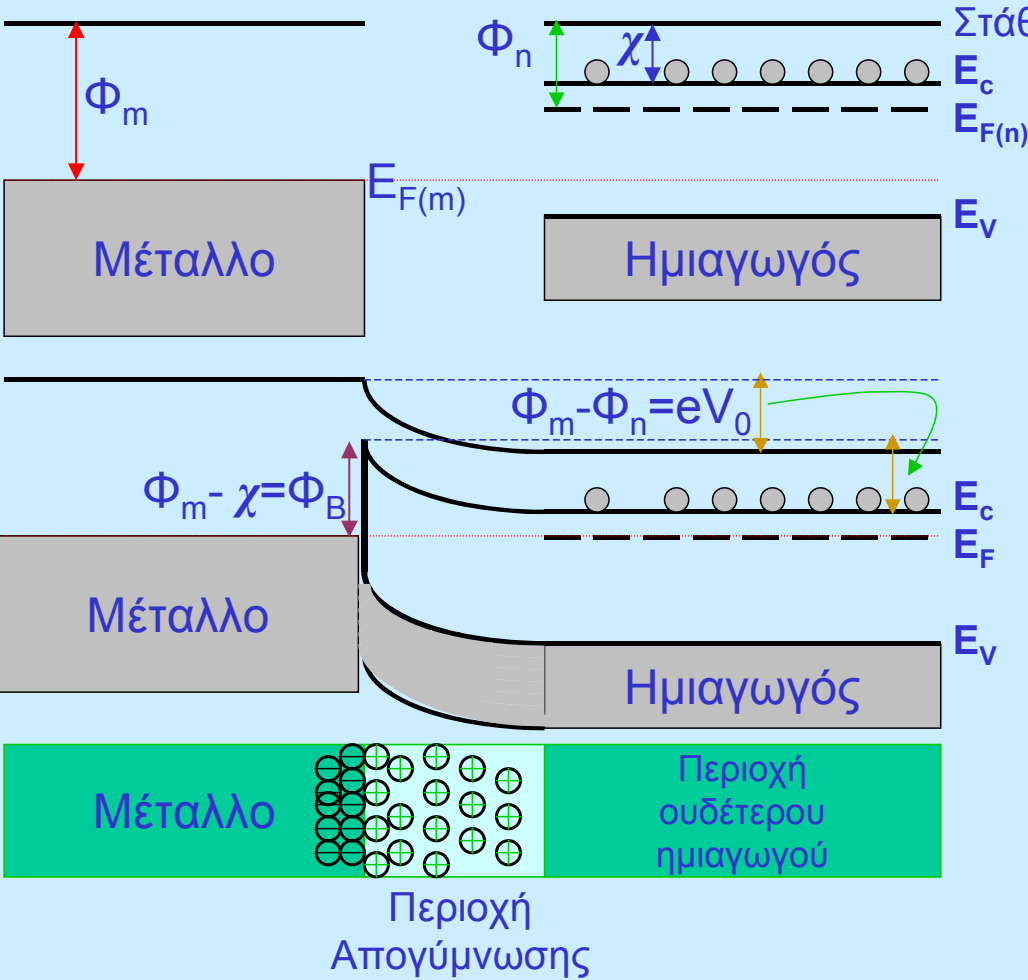
$$\alpha) \quad \mu_p = \frac{(L/t_3)}{(\Delta V/L)} = \frac{L^2}{\Delta V \cdot t_3} = 1923 \quad \text{cm}^2 / \text{Vs}$$

$$\beta) \quad D_p = \frac{(\Delta x)^2}{16t_3} = \frac{(\Delta t \cdot v_{diff})^2}{16 \cdot t_3} \frac{(\Delta t \cdot L)^2}{16 \cdot t_3^3} \approx 50 \quad \frac{\text{cm}^2}{\text{s}}$$

### Επαλήθευση της σχέσης του Einstein

$$\gamma) \quad \frac{D_p}{\mu_p} = \frac{50}{1923} \cdot \frac{\text{cm}^2 / \text{s}}{\text{cm}^2 / \text{Vs}} \approx 0.026 \text{ Volt} = 26 \text{ mV} = \frac{kT}{e}$$

# Επαφή Schottky ( $\Phi_m > \Phi_n$ ) $\Rightarrow$ Φραγμός Schottky



**Κανόνες σχηματισμού επαφής :**

- 1) Κοινό επίπεδο Fermi παντού
- 2) Συνεχής στάθμη κενού
- 3) Διατήρηση χαρακτηριστικών μακριά από την επαφή

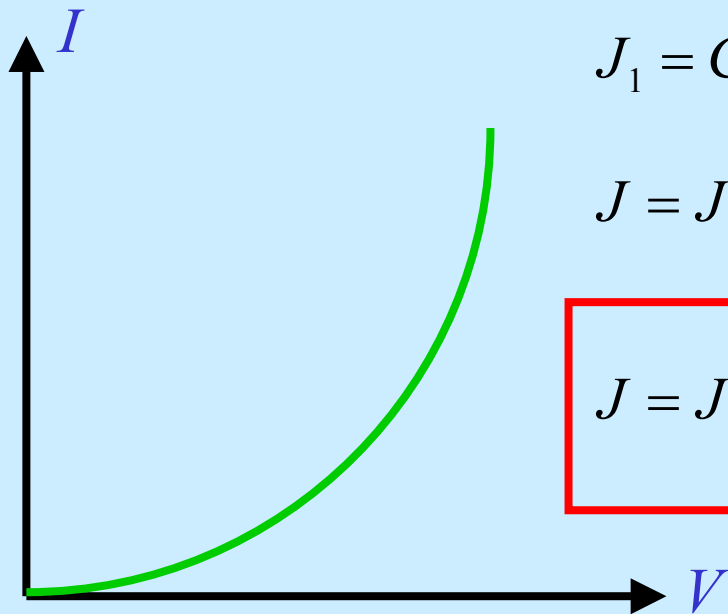
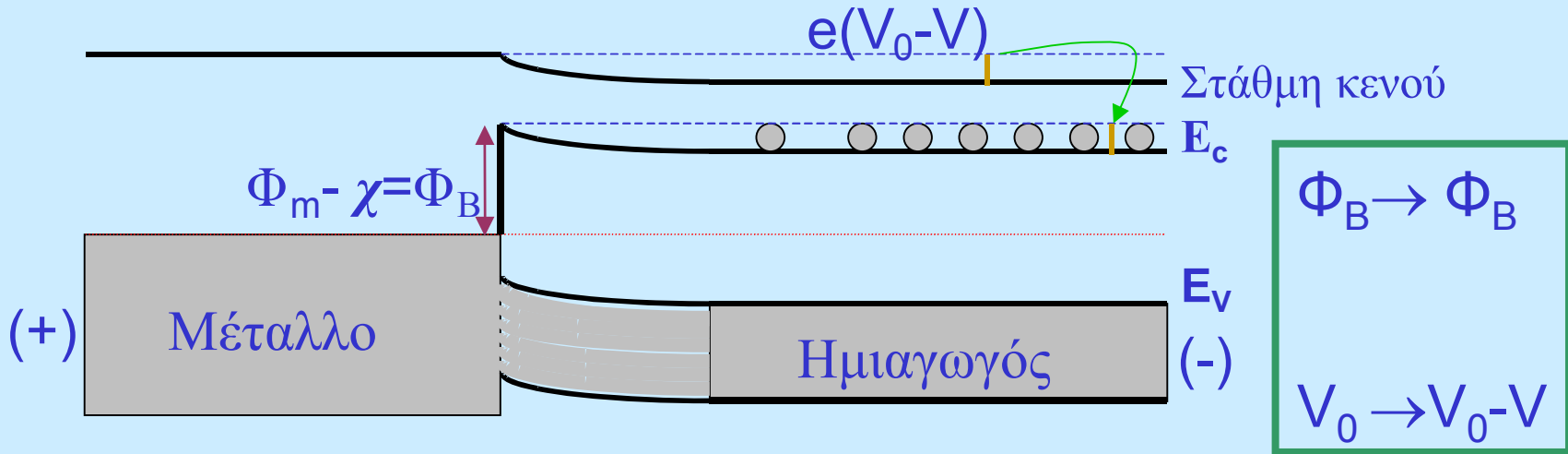
**Τάση Επαφής :**

$$V_0 = (\Phi_m - \Phi_n) / e$$

$$J_1 = C_1 e^{-\frac{\Phi_B}{kT}}, \quad J_2 = C_2 e^{-\frac{eV_0}{kT}}$$

$$J_1 = J_2 \Rightarrow C_2 = C_1 e^{-\frac{eV_0 - \Phi_B}{kT}}$$

# Επαφή Schottky σε ευθεία πόλωση

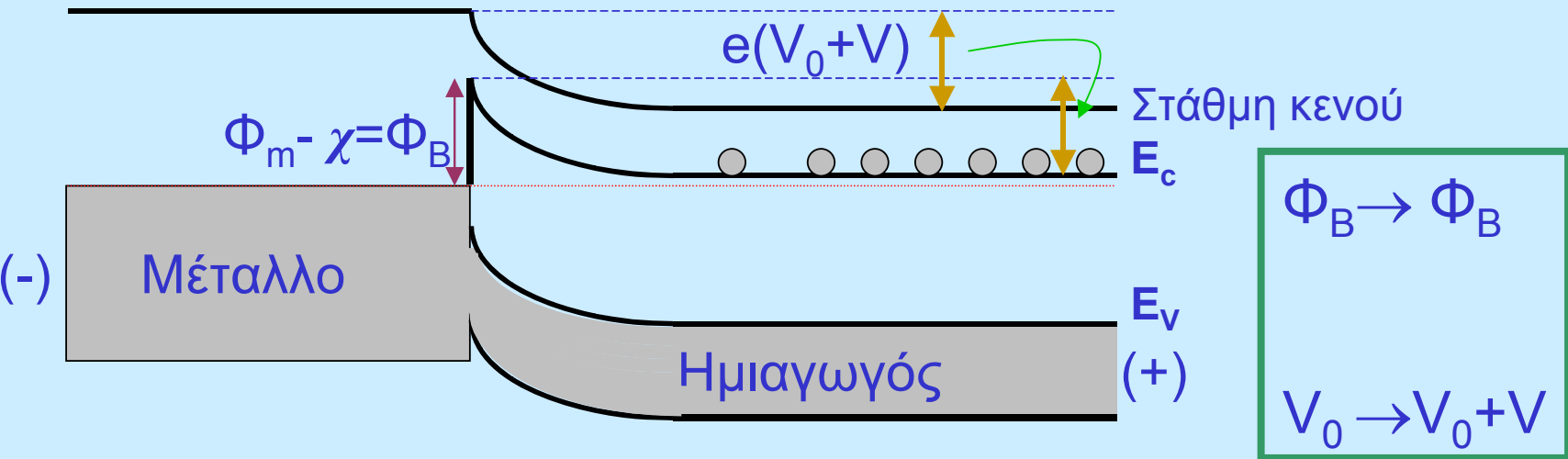


$$J_1 = C_1 e^{-\frac{\Phi_B}{kT}}, \quad J_2 = C_2 e^{-\frac{e(V_0 - V)}{kT}}$$

$$J = J_2 - J_1 = C_2 e^{-\frac{e(V_0 - V)}{kT}} - C_1 e^{-\frac{\Phi_B}{kT}} = C_2 e^{-\frac{eV_0}{kT}} \left[ e^{\frac{eV}{kT}} - 1 \right]$$

$$J = J_0 \left[ e^{\frac{eV}{kT}} - 1 \right]$$

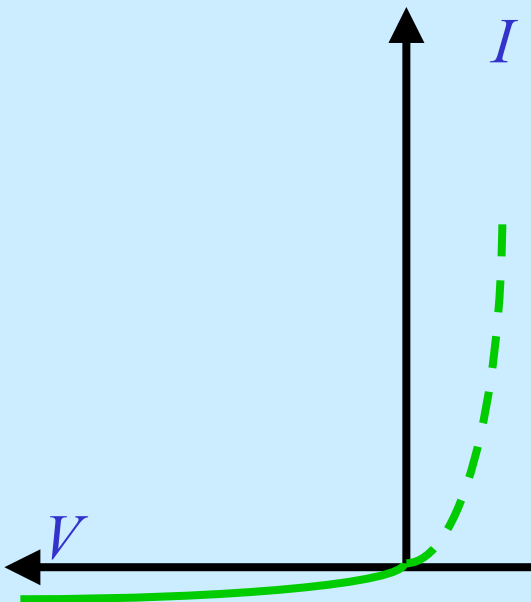
# Επαφή Schottky σε ανάστροφη πόλωση



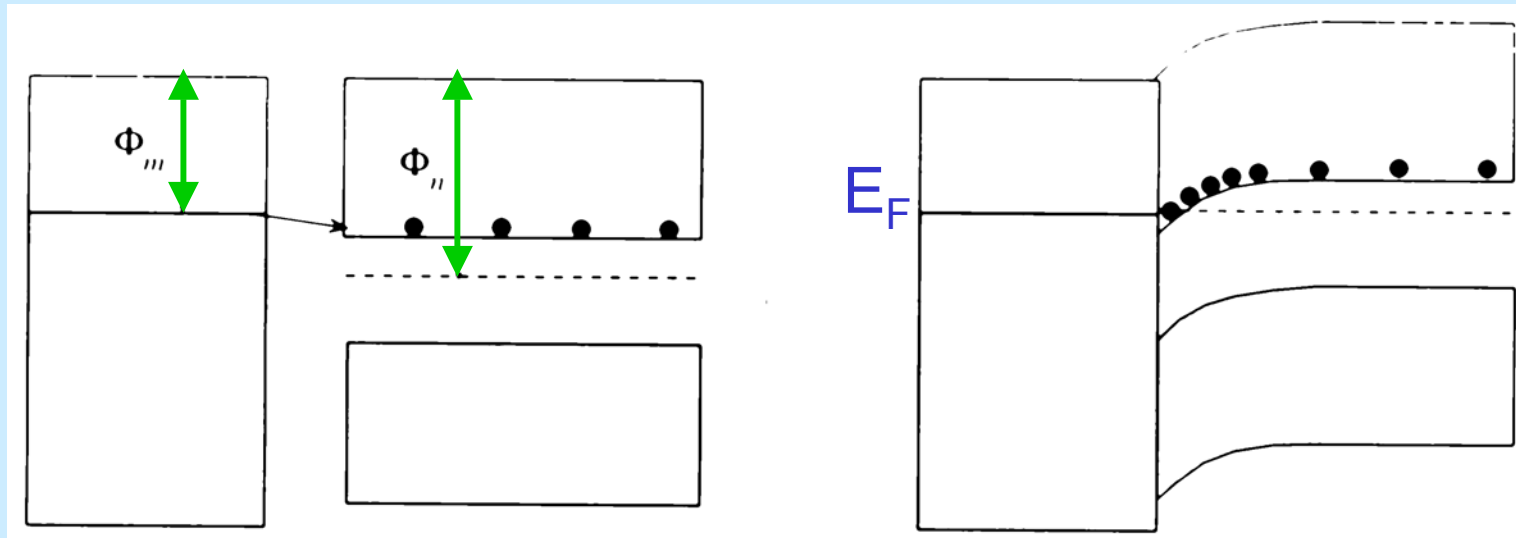
$$I \quad J_1 = C_1 e^{-\frac{\Phi_B}{kT}}, \quad J_2 = C_2 e^{-\frac{e(V_0 + V)}{kT}}$$

$$J = J_2 - J_1 = C_2 e^{-\frac{e(V_0 + V)}{kT}} - C_1 e^{-\frac{\Phi_B}{kT}} = C_2 e^{-\frac{eV_0}{kT}} \left[ e^{-\frac{eV}{kT}} - 1 \right]$$

$$J = J_0 \left[ e^{-\frac{eV}{kT}} - 1 \right]$$



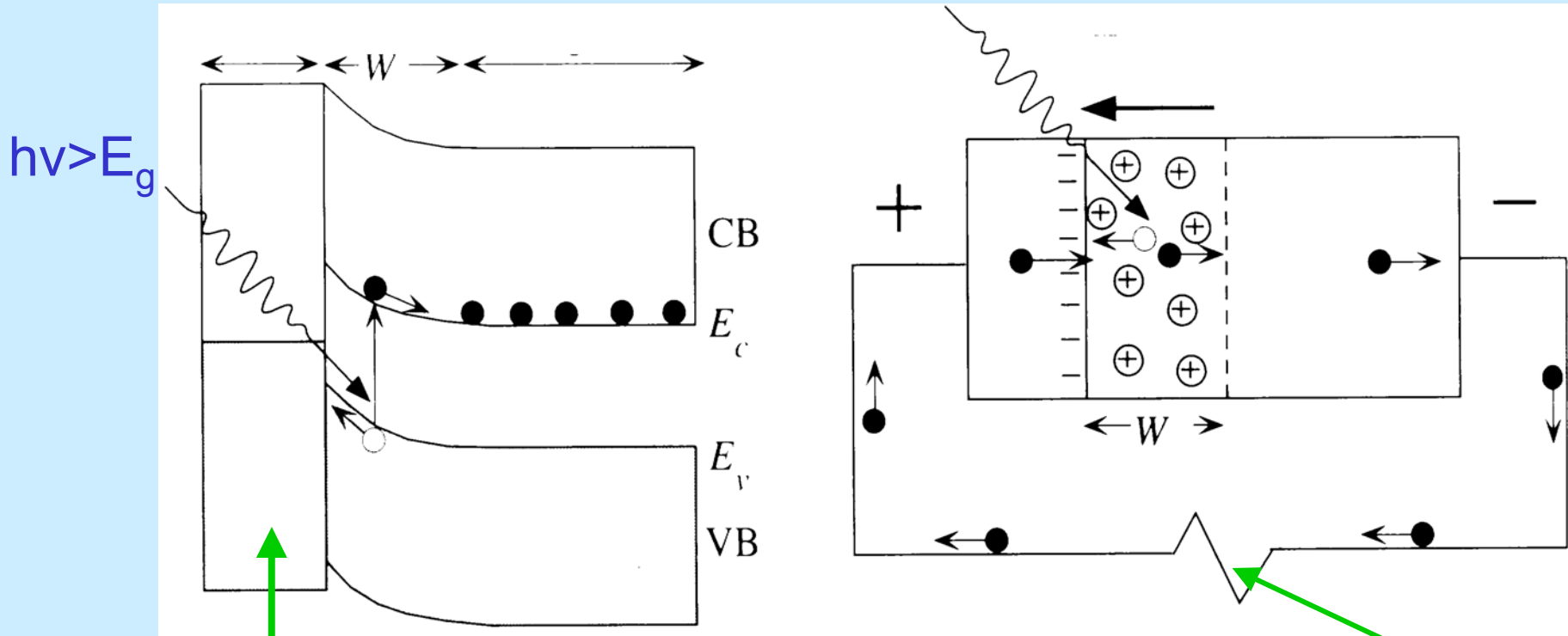
# Επαφή Schottky ( $\Phi_m < \Phi_n$ ) $\Rightarrow$ Ωμική Επαφή



Μέταλλο Ημιαγωγός  
πριν την επαφή

Μέταλλο Ημιαγωγός  
μετά την επαφή

# Ηλιακή Κυψελίδα Επαφής Schottky



Λεπτή  
(φωτοδιαπερατή)  
μεταλλική  
επίστρωση

Λειτουργία με εξωτερικό φορτίο

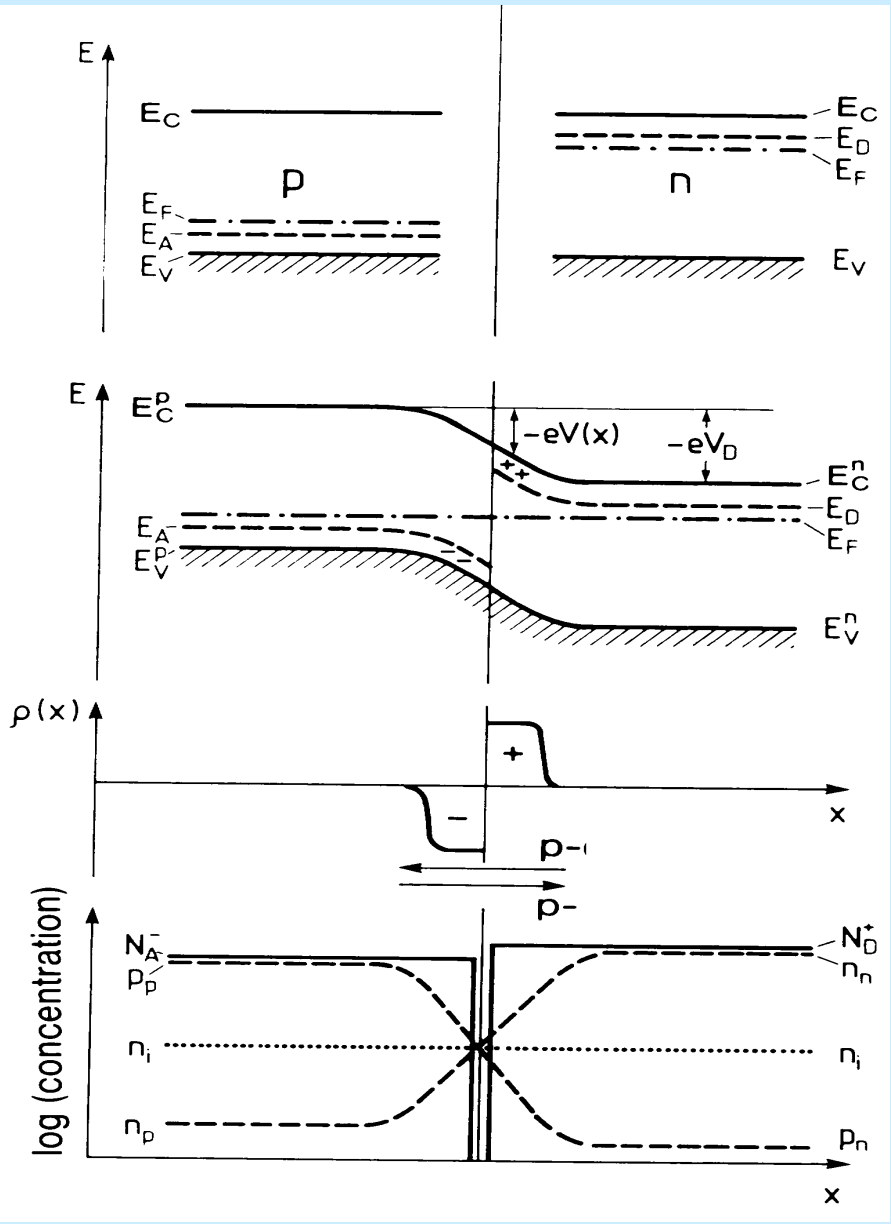
# Επαφή p-n

Πριν την επαφή (διαφορετικές  $E_F$ )

Μετά την επαφή (σε  $\Theta$ , κοινή  $E_F$ )

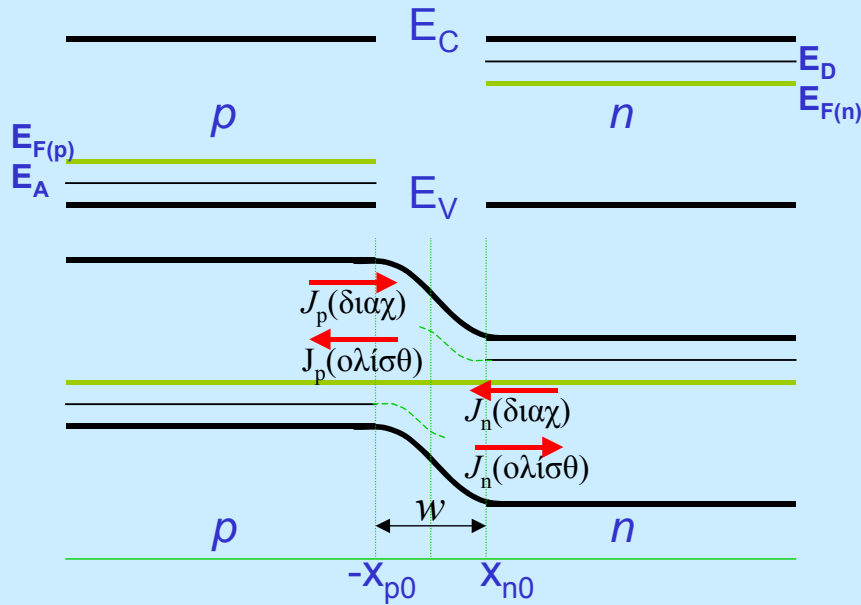
Κατανομή φορτίου χώρου

Κατανομή συγκέντρωσης φορέων





# Εσωτερικό Δυναμικό (ή Δυναμικό Διάχυσης) επαφής p-n (σε θερμοδυναμική ισορροπία)



- α) Ρεύμα διάχυσης κατά μήκος της επαφής λόγω των  $-dn/dx$  και  $-dp/dx$
- β) Δημιουργία φορτίου χώρου από τις μη-αντισταθμιζόμενες ιονισμένες προσμείξεις
- γ) Ανάπτυξη εσωτερικού ηλεκτρικού πεδίου λόγω φορτίου χώρου
- δ) Ρεύμα ολίσθησης λόγω του εσωτερικού ηλεκτρικού πεδίου
- ε) Σε ΘΙ, αλληλοαναίρεση ρευμάτων διάχυσης και ολίσθησης

↓  
Συνθήκη υπολογισμού του δυναμικού επαφής p-n

$$J_p(\text{ολισθ}) + J_p(\text{διαχ}) = 0 \Rightarrow$$

$$q \left[ \mu_p p(x) E(x) - D_p \frac{dp(x)}{dx} \right] = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\mu_p}{D_p} (E(x) dx) = \frac{dp(x)}{p(x)}$$

$$\text{σχ. Einstein: } \frac{\mu_p}{D_p} = \frac{q}{kT}$$

$$\Rightarrow -\frac{q}{kT} dV = \frac{dp(x)}{p(x)} \Rightarrow -\int_{V_p}^{V_n} dV = \frac{kT}{q} \int_{p_p}^{p_n} \frac{dp(x)}{p(x)} \Rightarrow V_n - V_p = \frac{kT}{q} \ln \left( \frac{p_p}{p_n} \right)$$

## Δυναμικό επαφής p-n, συναρτήσει των $N_A$ και $N_D$

Έστω:            προσμείξεις πλευράς p:  $N_A \approx N_A^- \approx p$   
                      προσμείξεις πλευράς n:  $N_D \approx N_D^+ \approx n$

Λόγω θερμοδυναμικής Ισορροπίας:

$$\left. \begin{array}{l} p_{p0} \approx N_A, \quad p_{n0} = \frac{n_i^2}{n_{n0}} \approx \frac{n_i^2}{N_D} \\ V_n - V_p = \frac{kT}{q} \ln \left( \frac{p_{p0}}{p_{n0}} \right) \end{array} \right\} \Rightarrow V_n - V_p = \frac{kT}{q} \ln \left( \frac{N_A N_D}{n_i^2} \right) \equiv V_0 : \text{ Δυναμικό Επαφής}$$

Επίσης, λόγω θερμοδυναμικής ισορροπίας, ισχύει ο νόμος δράσης των μαζών, σε κάθε περιοχή (p και n), οπότε :

$$p_{p0} n_{p0} = n_i^2 = n_{n0} p_{n0} \Rightarrow \frac{p_{p0}}{p_{n0}} = \frac{n_{n0}}{n_{p0}} = e^{qV_0/kT}$$

## Φορτίο Χώρου και Περιοχή απογύμνωσης σε επαφή p-n

Αν,  $A$  η διατομή της επαφής p-n, και  $w_0 = x_{p0} + x_{n0}$  το συνολικό μήκος της περιοχής απογύμνωσης και ο επιμερισμός του στις επιμέρους περιοχές (p και n) αντίστοιχα, έχουμε :

α) συνθήκη ουδετερότητας :  $qN_D Ax_{n0} + (-qN_A) Ax_{p0} = 0 \Rightarrow N_D x_{n0} = N_A x_{p0}$

$$w_0 = x_{n0} + x_{p0} \Rightarrow \left\{ x_{p0} = \frac{N_D w}{N_A + N_D}, \quad x_{n0} = \frac{N_A w}{N_A + N_D} \right\}$$

β) Εξίσωση Poisson :  $\frac{dE}{dx} = \begin{cases} -\frac{qN_A}{\epsilon}, & -x_{p0} < x \leq 0 \\ +\frac{qN_D}{\epsilon}, & 0 < x < x_{n0} \end{cases}$

Λύση μηδενιζόμενη στα  $x = -x_{p0}$ ,  $x = +x_{n0}$  και συνεχής στο  $x = 0$

$$E = \begin{cases} E_0 - \frac{qN_A}{\epsilon} x, & -x_{p0} < x \leq 0 \\ E_0 + \frac{qN_D}{\epsilon} x, & 0 < x < x_{n0} \end{cases} \Rightarrow V(x) = \begin{cases} C - E_0 x - \frac{qN_A}{\epsilon} x^2, & -x_{p0} < x \leq 0 \\ C - E_0 x + \frac{qN_D}{\epsilon} x^2, & 0 < x < x_{n0} \end{cases}$$

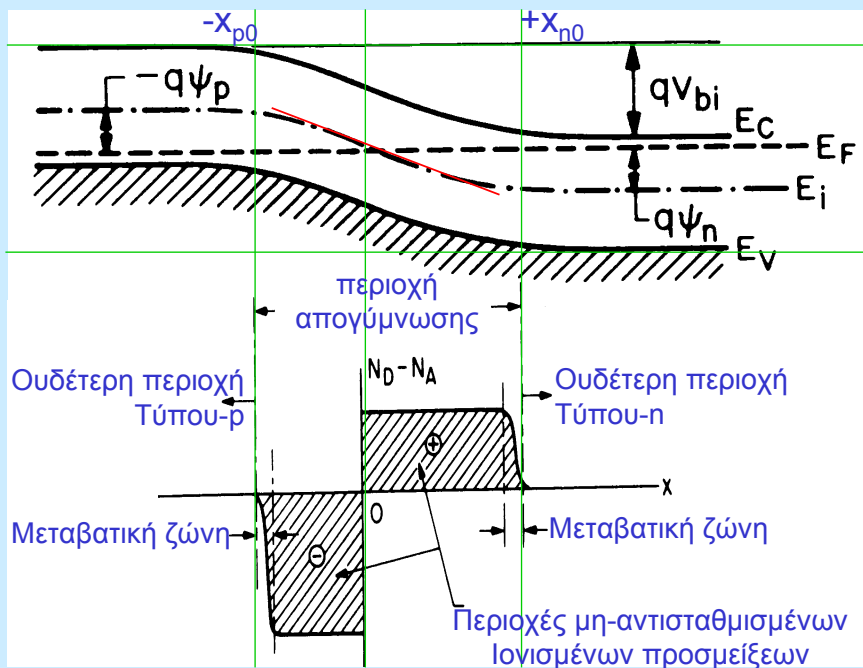
$$E_0 = -\frac{qN_A x_{p0}}{\epsilon} = -\frac{qN_D x_{n0}}{\epsilon}, \quad V_0 \equiv V(x)|_{x=+x_{n0}} - V(x)|_{x=-x_{p0}} = \frac{qN_A N_D w^2}{2\epsilon(N_A + N_D)}$$

## Πλάτος (w) της περιοχής απογύμνωσης

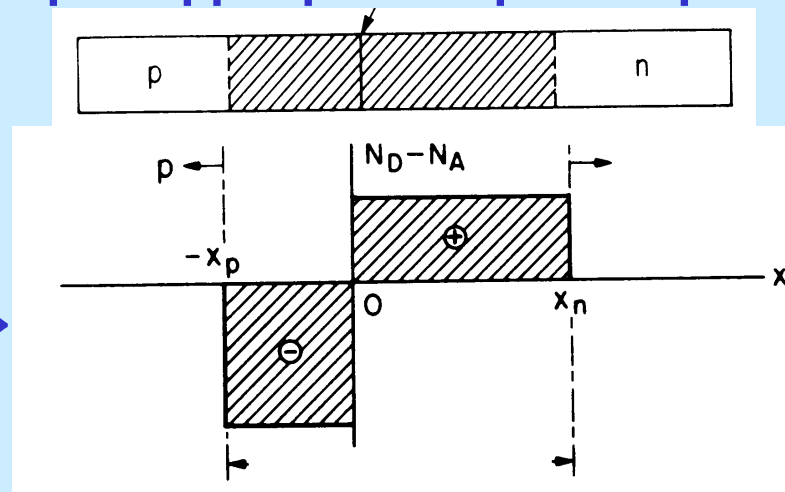
$$V_0 = \frac{qN_A N_D w^2}{2\varepsilon(N_A + N_D)} \Rightarrow w_0 = \sqrt{\frac{2\varepsilon V_0}{q} \left( \frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right)} = \sqrt{\frac{2\varepsilon kT}{q^2} \left( \frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right) \ln \left( \frac{N_A N_D}{n_i^2} \right)}$$

Επιμέρους μήκη απογύμνωσης ανά περιοχή (p και n) :

$$x_{p0} = \sqrt{\frac{2\varepsilon V_0}{q} \left( \frac{N_D}{N_A(N_A + N_D)} \right)}, \quad x_{n0} = \sqrt{\frac{2\varepsilon V_0}{q} \left( \frac{N_A}{N_D(N_A + N_D)} \right)},$$



## Προσέγγιση απότομων άκρων

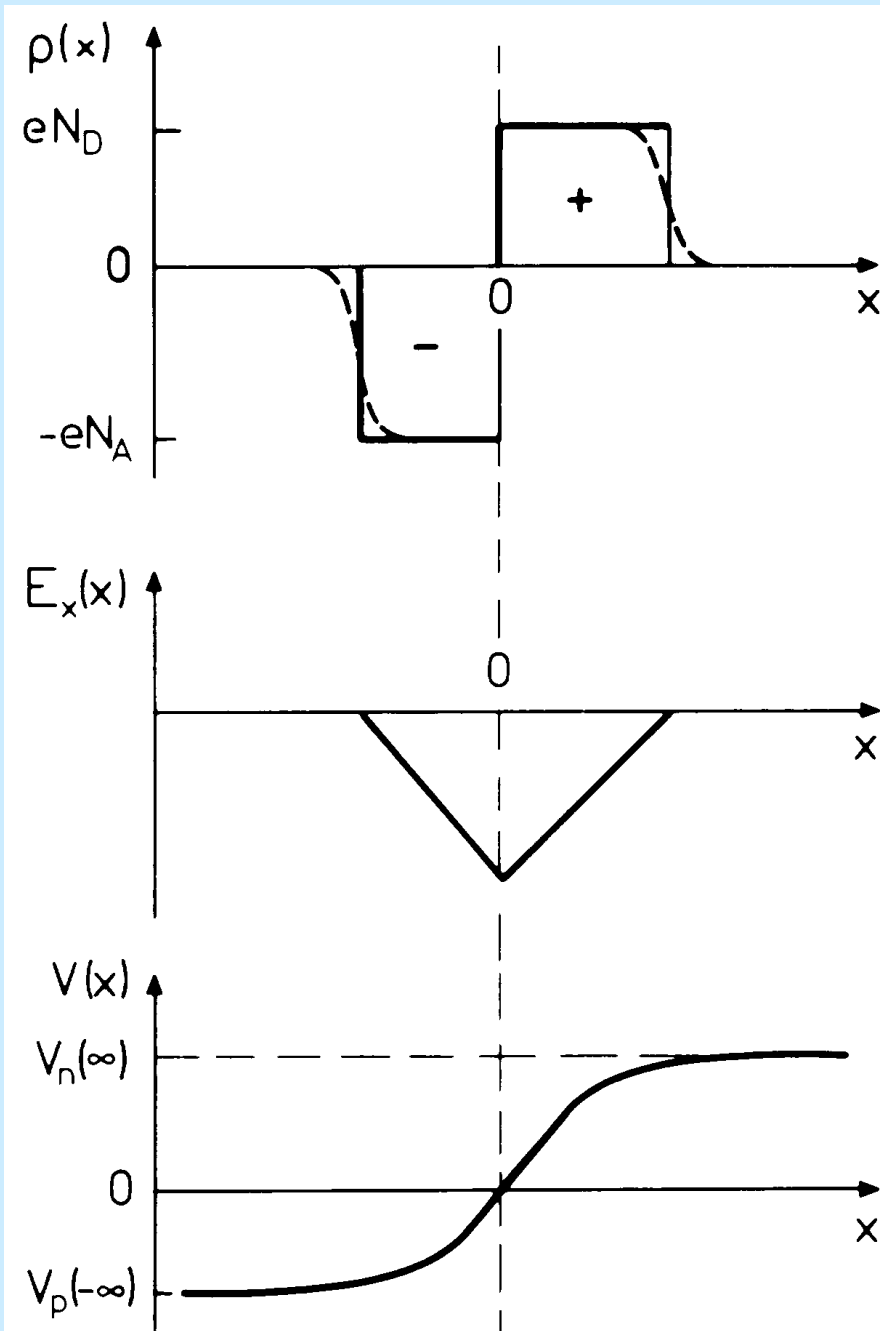


## Επαφή p-n χωρίς εξωτερική τάση

Κατανομή φορτίου

Κατανομή  
Ηλεκτρικού πεδίου

Κατανομή δυναμικού



# Εφαρμογή εξωτερικού δυναμικού U σε επαφή p-n (σχηματική-ποιοτική περιγραφή)

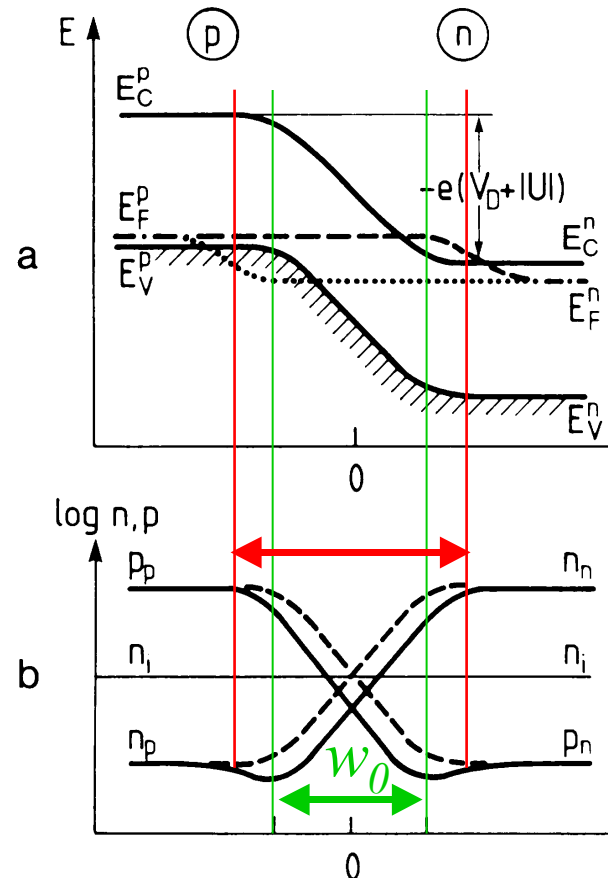
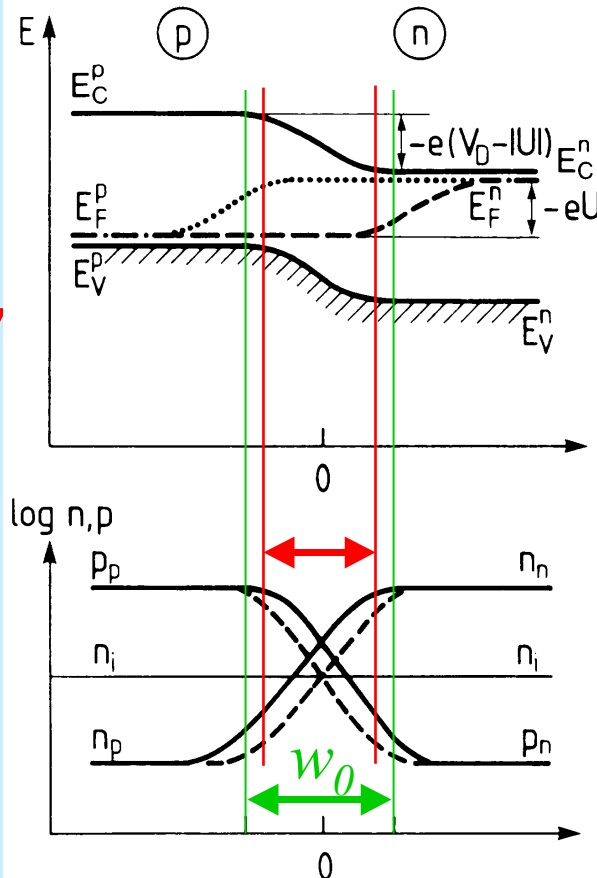
Ευθεία πόλωση – Ανάστροφη πόλωση



Φραγμός  
Δυναμικού

Πλάτος  
Περιοχής  
Απογύμνωσης

Διείσδυση  
Φορέων στις  
Περιοχές που  
μειοψηφούν



Φραγμός  
Δυναμικού

Πλάτος  
Περιοχής  
Απογύμνωσης

Διείσδυση  
Φορέων στις  
Περιοχές που  
μειοψηφούν

## Εφαρμογή εξωτερικού δυναμικού $U$ σε επαφή p-n (αναλυτική περιγραφή)

Παραδοχές – Προσεγγίσεις :

- 1) Απότομα όρια της περιοχής απογύμνωσης ( $-x_p < x < x_n$ ), έξω από την οποία οι περιοχές  $p$  και  $n$  είναι ουδέτερες
- 2) Η συγκέντρωση φορέων στα όρια της περιοχής απογύμνωσης καθορίζεται από το ηλεκτρικό δυναμικό
- 3) Συνθήκες χαμηλής έγχυσης φορέων  
( $\Delta n_p \ll p_p \gg \Delta p_p$ ,  $\Delta p_n \ll n_n \gg \Delta n_n$ )
- 4) Αμελητέα φαινόμενα δημιουργίας και επανασύνδεσης φορέων ( $G=0$ ,  $R=0$ ), στην περιοχή απογύμνωσης

Μέθοδος : Επίλυση, εκτός περιοχής απογύμνωσης, ( $E=0$ ), της εξίσωσης συνέχειας, για τη μόνιμη κατάσταση

$$D_{p_n} \frac{\partial^2 p_n}{\partial x^2} - \frac{p_n - p_{n0}}{\tau_{p_n}} = \frac{\partial p_n}{\partial t} = 0$$

με οριακές συνθήκες που προκύπτουν ως εξής :

Κατά την εφαρμογή εξωτερικής τάσης  $V = \pm U$ :

- i) Σε ευθεία πόλωση: η τάση επαφής μειώνεται από  $V_0 \rightarrow V_0 - U$
- ii) Ανάστροφη πόλωση :  $\ll \ll$  αυξάνει από  $V_0 \rightarrow V_0 + U$

Σε μόνιμη κατάσταση ( $U$ : χρονικά σταθερό) :

$\Rightarrow$  μεταβολή του εύρους περιοχής απογύμνωσης

από  $w_0 \rightarrow w$ :

$$w = \sqrt{\frac{2\varepsilon[V_0 - (\pm U)]}{q} \left( \frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right)}$$

$\Rightarrow$  Μεταβολή της συγκέντρωσης φορέων

από  $(n_{n0}, p_{p0}, n_{p0}, p_{n0}) \rightarrow (n_n, p_p, n_p, p_n)$

$$p_{p0} n_{p0} = n_i^2 = n_{n0} p_{n0} \Rightarrow \frac{p_{p0}}{p_{n0}} = \frac{n_{n0}}{n_{p0}} = e^{qV_0/kT}$$

$$p_p n_p \neq n_i^2 \neq n_n p_n \Rightarrow \frac{p_p(-x_p)}{p_n(x_n)} = \frac{n_n(x_n)}{n_p(-x_p)} = e^{q(V_0 - V)/kT}$$



$$\frac{p_p(-x_p)}{p_n(x_n)} = \frac{n_n(x_n)}{n_p(-x_p)} = e^{q(V_0-V)/kT} \Rightarrow \begin{cases} p_p(-x_p) = p_n(x_n)e^{q(V_0-V)/kT} \\ n_n(x_n) = n_p(-x_p)e^{q(V_0-V)/kT} \end{cases}$$

Για τη διαφορική εξίσωση (βλ. διαφάνεια 47) χρειάζονται οι οριακές συνθήκες  $p_n - p_{n0}$ , στο  $x_n$  (κάτω όριο της περιοχής επίλυσης της εξίσωσης συνέχειας,  $x_n < x < \infty$ )

$$\begin{cases} p_p(-x_p) = p_n(x_n)e^{q(V_0-V)/kT} \\ n_n(x_n) = n_p(-x_p)e^{q(V_0-V)/kT} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p_n(x_n) = p_p(-x_p)e^{-q(V_0-V)/kT} \\ n_p(-x_p) = n_n(x_n)e^{-q(V_0-V)/kT} \end{cases}$$

Αλλά,  $p_p(-x_p) \approx p_{p0}$ , και  $n_n(x_n) \approx n_{n0}$ , οπότε :

$$\begin{cases} p_n(x_n) = p_p(-x_p)e^{-q(V_0-V)/kT} \\ n_p(-x_p) = n_n(x_n)e^{-q(V_0-V)/kT} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p_n(x_n) = \left( p_{p0}e^{-qV_0/kT} \right) e^{qV/kT} = p_{n0}e^{qV/kT} \\ n_p(-x_p) = \left( n_{n0}e^{-q(V_0-V)/kT} \right) e^{qV/kT} = n_{p0}e^{qV/kT} \end{cases}$$

Επομένως :

Οι οριακές συνθήκες για τις διαφορικές εξισώσεις διάχυσης :

$$D_{p_n} \frac{d^2 p_n}{dx^2} - \frac{p_n - p_{n0}}{\tau_{p_n}} = 0, \quad x \geq x_n$$

$$D_{n_p} \frac{d^2 n_p}{dx^2} - \frac{n_p - n_{p0}}{\tau_{n_p}} = 0, \quad x \leq -x_p$$

Διατυπώνονται, τελικά, ως εξής :

$$\left\{ \begin{array}{l} p_n(x_n) = p_{n0} e^{qV/kT} \\ n_p(-x_p) = n_{p0} e^{qV/kT} \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (p_n - p_{n0})|_{x_n} = p_{n0} \left( e^{qV/kT} - 1 \right) \\ (n_p - n_{p0})|_{-x_p} = n_{p0} \left( e^{qV/kT} - 1 \right) \end{array} \right\}$$

Με λύσεις, (που δεν απειρίζονται στο  $\pm\infty$ ), :

$$\left\{ \begin{array}{l} p_n(x) - p_{n0} = p_{n0} \left( e^{qV/kT} - 1 \right) \exp \left[ -\frac{x - x_n}{\sqrt{D_{p_n} \tau_{p_n}}} \right], \quad x \geq x_n \\ n_p(x) - n_{p0} = n_{p0} \left( e^{qV/kT} - 1 \right) \exp \left[ \frac{x + x_p}{\sqrt{D_{n_p} \tau_{n_p}}} \right], \quad x \leq -x_p \end{array} \right\}$$

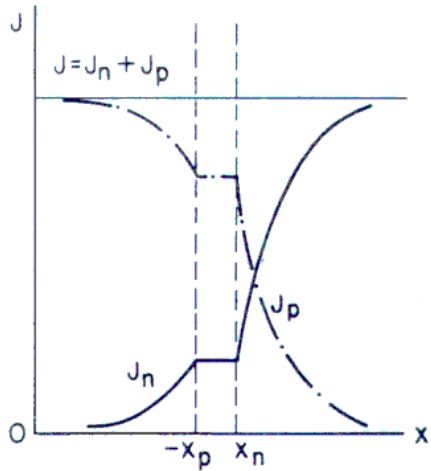
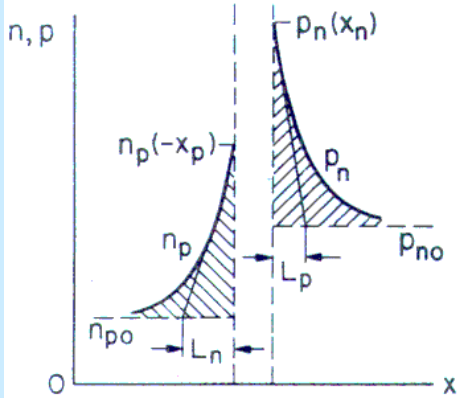
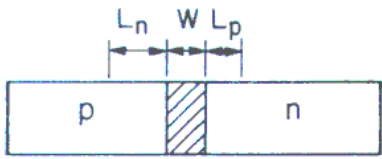
## Υπολογισμός των ρευμάτων

α) Ρεύματα διάχυσης φορέων μειονότητας (ανά περιοχή)

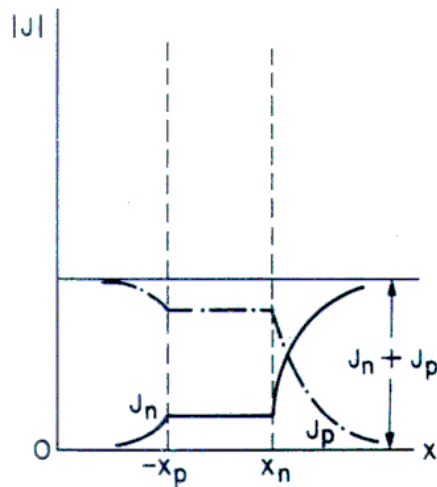
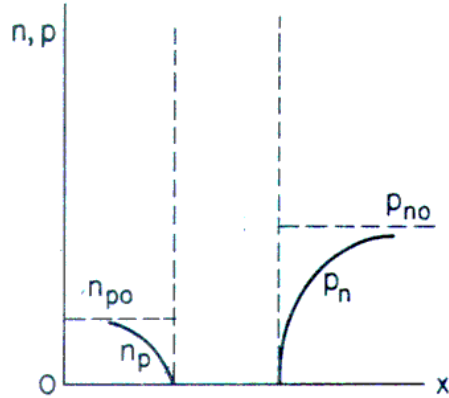
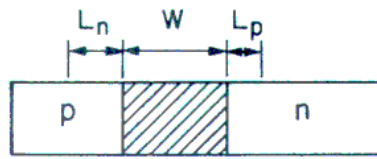
$$\left\{ \begin{array}{l} J_{p_n}(x) = -D_{p_n} \frac{d}{dx} [(+q)p_n(x)] = qp_{n0} \sqrt{\frac{D_{p_n}}{\tau_{p_n}}} \left( e^{qV/kT} - 1 \right) \exp \left[ -\frac{x - x_n}{\sqrt{D_{p_n} \tau_{p_n}}} \right], \quad x \geq x_n \\ J_{n_p}(x) = -D_{n_p} \frac{d}{dx} [(-q)n_p(x)] = qn_{p0} \sqrt{\frac{D_{n_p}}{\tau_{n_p}}} \left( e^{qV/kT} - 1 \right) \exp \left[ \frac{x + x_p}{\sqrt{D_{n_p} \tau_{n_p}}} \right], \quad x \leq -x_p \end{array} \right.$$

β) Αμελητέα δημιουργία-απανάσυνδεση φορέων, στην περιοχή απογύμνωσης, (άρα σταθερά ρεύματα),  $\Rightarrow$  το συνολικό ρεύμα = άθροισμα των δύο μεγίστων τιμών (ρευμάτων διάχυσης φορέων μειονότητας) στα αντίστοιχα άκρα:

$$J = J_{p_n}(x_n) + J_{n_p}(-x_p) = \left[ qp_{n0} \sqrt{\frac{D_{p_n}}{\tau_{p_n}}} + qn_{p0} \sqrt{\frac{D_{n_p}}{\tau_{n_p}}} \right] \left( \exp \left[ \frac{qV}{kT} \right] - 1 \right)$$
$$\left[ qp_{n0} \sqrt{\frac{D_{p_n}}{\tau_{p_n}}} + qn_{p0} \sqrt{\frac{D_{n_p}}{\tau_{n_p}}} \right] \equiv J_S \quad (\text{ρεύμα κορεσμού})$$



**Ευθεία πόλωση**



**Ανάστροφη πόλωση**

