

## ΕΛΛΗΝΙΚΟ ΑΝΟΙΚΤΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ

ΦΥΕ 34 2007-08

5<sup>η</sup> ΕΡΓΑΣΙΑ

Προθεσμία παράδοσης 6/5/08

**Άσκηση 1**

Η θερμοκρασία ενός καλοριφέρ είναι 49 °C. Θεωρείστε το ως μέλαν σώμα.

A) Ποίο είναι το μήκος κύματος μέγιστης έντασης  $\lambda_{\max}$ ;

B) Πόση ολική ισχύς ακτινοβολείται ανά μονάδα επιφανείας και πόση από όλη την επιφάνεια αν έχει 10 φέτες διαστάσεων 0.1m x 1m;

Γ) Με τον κανόνα ολοκλήρωσης του τραπεζίου  $\int_a^b f(x)dx = \frac{f(a)+f(b)}{2}(b-a)$

βρείτε την ένταση της ακτινοβολίας στην περιοχή μηκών κύματος  $\lambda_{\max} \pm 60\% \lambda_{\max}$  (κάνετε ένα σκίτσο της γραφικής παράστασης για να δείξετε τον τρόπο ολοκλήρωσης) και συγκρίνετε με την ολική ισχύ ανά μονάδα επιφανείας.

**Άσκηση 2**

Κατά τη διάρκεια ενός πειράματος φωτίζουμε τρία μέταλλα με φως μήκους κύματος  $\lambda=400\text{nm}$ . Αν τα μέταλλα που φωτίζουμε είναι Li, Be και Hg, που έχουν έργα εξόδου 2.3eV, 3.9 eV και 4.5eV αντίστοιχα, προσδιορίστε τη μέγιστη κινητική ενέργεια των φωτοηλεκτρονίων σε κάθε περίπτωση.

**Άσκηση 3**

Δοθέντος ότι η ακριβής σχέση αβεβαιότητας ορμής-θέσης είναι  $(\Delta x)(\Delta p) \geq \frac{\hbar}{2}$ ,

εκτιμήστε την ελάχιστη δυνατή ενέργεια ενός αρμονικού ταλαντωτή.

Υπόδειξη: Εξετάστε τη μέση τιμή της ενέργειας και χρησιμοποιείστε το γεγονός ότι σε αρμονικό ταλαντωτή έχουμε  $\langle x \rangle = \langle p \rangle = 0$ .

**Άσκηση 4**

Ένα μη σχετικιστικό σωματίδιο μάζας  $m$  εκτελεί κυκλική τροχιά, με κέντρο την αρχή των συντεταγμένων, υπό την επίδραση της κεντρικής δύναμης  $F = -Dr$ , η οποία προέρχεται από το δυναμικό  $U = \frac{1}{2}Dr^2$ , όπου  $D$  θετική σταθερά.

Ακολουθώντας τις ιδέες της κβάντωσης του μοντέλου του Bohr βρείτε τις σχέσεις που προσδιορίζουν:

A) τις επιτρεπτές τιμές της ακτίνας της κυκλικής τροχιάς

B) τις επιτρεπτές ενέργειες του σωματιδίου

Γ) τα επιτρεπτά μήκη κύματος φωτονίων που μπορεί να εκπέμψει ένα τέτοιο σύστημα.

### Άσκηση 5

Τη χρονική στιγμή  $t=0$ , η κυματοσυνάρτηση θέσης ενός σωματιδίου δίνεται από τη

$$\text{σχέση: } \psi(x,0) = \begin{cases} A \frac{x}{a} & \text{αν } 0 \leq x \leq a \\ A \frac{b-x}{b-a} & \text{αν } a \leq x \leq b \\ 0 & \text{αλλού} \end{cases}$$

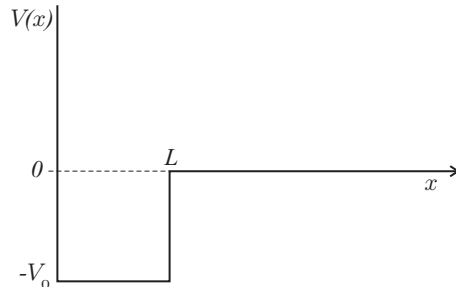
όπου  $A, a, b$  σταθερές.

- Να σχεδιάσετε την  $\psi(x,0)$ .
- Να κανονικοποιήσετε την  $\psi$  (δηλαδή να προσδιορίσετε το  $A$  συναρτήσει των  $a, b$ ).
- Ποια είναι η πιο πιθανή θέση του σωματιδίου τη χρονική στιγμή  $t=0$ ;
- Ποια η πιθανότητα να βρεθεί το σωματίδιο αριστερά του  $a$ ; Το αποτέλεσμα σας δίνει σωστές τιμές για τις ακραίες περιπτώσεις  $b=a$  και  $b=2a$ ;
- Ποια είναι η μέση τιμή τη θέσης του σωματιδίου;

### Άσκηση 6

Σωματίδιο μάζας  $m$  κινείται στο φράγμα δυναμικού του σχήματος.

- Να βρεθεί η κυματοσυνάρτηση για  $E < 0$ .
- Να βρεθεί η εξίσωση που προσδιορίζει τις επιτρεπτές τιμές της ενέργειας.



### Άσκηση 7

Η αβεβαιότητα της θέσης κβαντικού αρμονικού ταλαντωτή μάζας  $m$  ο οποίος βρίσκεται στη βασική ενεργειακή του κατάσταση ισούται με  $d$ . Υπολογίστε, συναρτήσει των  $m$  και  $d$

- Τη γωνιακή συχνότητα  $\omega$  και την ενέργεια του ταλαντωτή.
- Τη μέση τιμή της δυναμικής ενέργειας του ταλαντωτή.
- Τη μέση τιμή της κινητικής ενέργειας του ταλαντωτή.

### Άσκηση 8

Υποθέστε ότι το κενό μεταξύ παραλλήλων επιφανειών δύο μετάλλων με έργο εξαγωγής  $\Phi = 5 \text{ eV}$  δρα ως τετραγωνικός φραγμός δυναμικού μέσω του οποίου ηλεκτρόνια περνούν από τη μία επιφάνεια στην άλλη με το φαινόμενο σήραγγας.

- Βρείτε τις πιθανότητες διελύσεως ηλεκτρονίου κινητικής ενέργειας  $E=2.5 \text{ eV}$  όταν το εύρος του κενού είναι ίσο με 5 μονοατομικά στρώματα εν σχέσει με όταν είναι 10 μονοατομικά στρώματα. Υποθέστε ότι κάθε άτομο έχει διάμετρο  $1 \text{ \AA}$ .
- Σχολιάστε τον λόγο των δύο άνω πιθανοτήτων.

Υπόδειξη: Υποθέστε ότι ισχύει ο τύπος (6.9) ευρέος φράγματος και μικρής ενέργειας.

### Άσκηση 9

Άτομο του υδρογόνου βρίσκεται σε ιδιοκατάσταση της ενέργειας όπου το ακτινικό μέρος δίνεται από

$$R_{21}(r) = \left( \frac{1}{2\alpha_0} \right)^{3/2} \frac{r}{\alpha_0 \sqrt{3}} e^{-r/2\alpha_0}$$

Ποια η πιθανότητα ευρέσεως του ηλεκτρονίου σε σφαιρικό φλοιό μεταξύ των κβαντικών ακτίνων  $r_1$  και  $r_2$  του μοντέλου του Bohr.

Υπόδειξη: Δίνεται το ολοκλήρωμα: 
$$\int x^n e^{\alpha x} dx = \frac{e^{\alpha x}}{\alpha} \left( x^n - \frac{nx^{n-1}}{\alpha} + \frac{n(n-1)x^{n-2}}{\alpha^2} - \dots \right)$$

### Άσκηση 10

Το μέτρο της τροχιακής στροφορμής ηλεκτρονίου σε άτομο του Υδρογόνου ισούται με  $4.717 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ . Ποιες είναι οι δυνατές τιμές της γωνίας μεταξύ του διανύσματος της στροφορμής και δεδομένου άξονα  $z$  στον οποίο μετράμε την προβολή  $L_z$ ;

### ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

1) Πως εξηγείτε το γεγονός ότι πολλά από τα μήκη κύματος στο φάσμα της ακτινοβολίας που εκπέμπεται από διεγερμένα ιόντα Ηλίου ( $\text{He}^+$ ) συμπίπτουν με αυτά που εκπέμπονται από διεγερμένα άτομα υδρογόνου;

2) Ηλεκτρόνια χαμηλής ενέργειας πέφτουν κάθετα σε μια επιφάνεια ενός κρυστάλλου του οποίου η απόσταση μεταξύ των ατόμων είναι  $a = 2.0 \text{ \AA}$ . Εμφανίζεται μόνο ένα μέγιστο της σκεδαζόμενης εντάσεως σε γωνία  $\theta = 38^\circ$ . Βρείτε την κινητική ενέργεια των προσπίπτοντων ηλεκτρονίων.

3) Το μήκος κύματος σκεδαζόμενου φωτονίου κατά γωνία  $60^\circ$  λόγω συγκρούσεως με ένα ηλεκτρόνιο, είναι διπλάσιο από αυτό του προσπίπτοντος φωτονίου.

(A) Ποιο ήταν το μήκος κύματος του προσπίπτοντος φωτονίου;

(B) Ποια η ενέργεια του προσπίπτοντος φωτονίου σε MeV;

4) Ένα σωματίδιο μάζας  $m$  κινείται σε ένα τρισδιάστατο κουτί με διαστάσεις  $L_x = L$ ,  $L_y = L/2$ ,  $L_z = L$ . Να βρεθούν οι ενέργειες και ο εκφυλισμός των έξι χαμηλότερων ενεργειακών σταθμών.

5) Σε ένα πείραμα σκέδασης, δέσμη σωματιδίων  $\alpha$  προσπίπτει με ενέργεια 35 MeV σε ένα μεταλλικό στόχο αργύρου. Θεωρώντας ότι η ακτίνα ενός πυρήνα αργύρου είναι περίπου ίση με  $5.7 \times 10^{-15} \text{ m}$ , εκτιμήστε αν τα σκεδαζόμενα σωματίδια  $\alpha$  θα ακολουθούν τον νόμο ελαστικής σκέδασης  $(\sin \phi/2)^{-4}$  του Rutherford.