

ΕΛΛΗΝΙΚΟ ΑΝΟΙΚΤΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ

ΦΥΕ 34 2009-10

4^η ΕΡΓΑΣΙΑ

Προθεσμία παράδοσης 9/3/09

Άσκηση 1

Δύο παρατηρητές A και B στέκονται ο ένας σε απόσταση 50cm από τον άλλο. Καθώς μια ράβδος μήκους ενός μέτρου περνά από δίπλα τους βρίσκουν ότι είναι απέναντι στα δύο άκρα της ράβδου την ίδια χρονική στιγμή.

A) Ποια η ταχύτητα της ράβδου;

B) Σύμφωνα με τους παρατηρητές που βρίσκονται στο ΣΑ της ράβδου πόσο απέχουν οι A και B;

Άσκηση 2

Διαστημόπλοιο, εκτελεί δρομολόγια, μεταξύ της Γης και ενός μακρινού άστρου το οποίο ακινητεί ως προς τη Γη. Στο πρόγραμμα δρομολογίων υπάρχουν δύο είδη διαδρομών, η κανονική και η express, οι οποίες θεωρούμε ότι εκτελούνται με σταθερή ταχύτητα. Σύμφωνα με το πρακτορείο ταξιδιών η διαδρομή express εκτελείται με τα $3/2$ της ταχύτητας της κανονικής διαδρομής και διαρκεί για τον επιβάτη του διαστημοπλοίου το μισό χρόνο από την κανονική διαδρομή.

A) Ποια η ταχύτητα του διαστημοπλοίου στην κανονική διαδρομή;

B) Ως προς τη Γη ποιος ο λόγος των χρόνων διάρκειας των δύο διαδρομών;

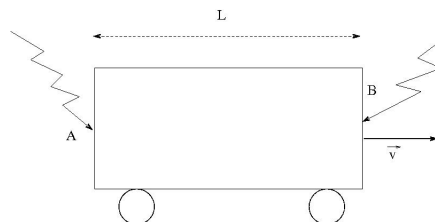
Γ) Θεωρώντας ότι το κόστος ενός δρομολογίου είναι ανάλογο της εκάστοτε κινητικής ενέργειας του διαστημοπλοίου, προτείνετε τη σχέση τιμής εισιτηρίου του δρομολογίου express ως προς το κανονικό.

Άσκηση 3

Ένας καθρέπτης κινείται σε διεύθυνση κάθετη στο επιπέδο του με ταχύτητα $v = 3 \times 10^5 \text{ ms}^{-1}$ και κατευθύνεται προς μία φωτεινή πηγή. Ακτίνα φωτός συχνότητας $f_0 = 10^{13} \text{ Hz}$ εκπέμπεται, προσπίπτει κάθετα στον καθρέπτη και ανακλάται. Ποια είναι η αλλαγή στην συχνότητα του φωτός;

Άσκηση 4

Παρατηρητής βλέπει ένα τρένο που κινείται με ταχύτητα $v=0.9c$ στην κατεύθυνση $+x$ και υπολογίζει ότι έχει μήκος L . Στο σύστημα αναφοράς της Γης, δύο κερανοί χτυπούν ταυτόχρονα το μπροστινό και πίσω μέρος του τρένου καθώς αυτό εισέρχεται στο σταθμό.



A) Ποιο είναι το μήκος του βαγονιού σύμφωνα με ένα ταξιδιώτη, ακίνητο μέσα στο τρένο;

B) Ποιος κεραυνός χτυπάει πρώτα το τρένο σύμφωνα με τον παραπάνω ταξιδιώτη; Με ποια διαφορά χρόνου;

Γ) Σε ποιο σημείο του τρένου πρέπει να κάθεται ο ταξιδιώτης για να δει τις δύο λάμπες ταυτόχρονα;

Άσκηση 5

Σωματίδιο κινείται με σταθερή ταχύτητα ως προς το ΣΑ του εργαστηρίου. Αν η ενέργειά του και η ορμή του είναι $E = 367\text{MeV}$ και $p = 342\text{MeV}/c$ αντίστοιχα

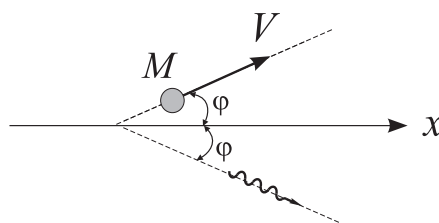
A) Να υπολογιστούν η ταχύτητα και η μάζα ηρεμίας του σωματιδίου στο ΣΑ του εργαστηρίου.

B) Η ενέργεια του σωματιδίου για έναν παρατηρητή Π ο οποίος κινείται παράλληλα και με την ίδια φορά με το σωματίδιο και με σταθερή ταχύτητα $u = 0.800c$ ως προς το ΣΑ του εργαστηρίου.

Γ) Αν το σωματίδιο διασπαστεί σε δύο φωτόνια τα οποία εκπέμπονται σε ίσες γωνίες, θ , ως προς τη διεύθυνση κίνησης του σωματιδίου να υπολογιστούν οι συχνότητες των φωτονίων και η γωνία θ στο ΣΑ του εργαστηρίου.

Άσκηση 6

Σωμάτιο μάζας ηρεμίας $m_1 = m$ και ταχύτητας $c/3$ κινείται κατά τη διεύθυνση $+x$ και συγκρούεται με σωμάτιο ίδιας μάζας ηρεμίας $m_2 = m$ το οποίο είναι ακίνητο στο σύστημα αναφοράς του εργαστηρίου. Τα προϊόντα της κρούσης είναι ένα νέο σωμάτιο και ένα φωτόνιο τα οποία κινούνται όπως φαίνεται στο σχήμα. Εάν η ενέργεια του φωτονίου που εκπέμπεται ισούται με το ένα τρίτο της ενέργειας του αρχικού κινούμενου σωματιδίου, να βρεθούν:



τα οποία κινούνται όπως φαίνεται στο σχήμα. Εάν η ενέργεια του φωτονίου που εκπέμπεται ισούται με το ένα τρίτο της ενέργειας του αρχικού κινούμενου σωματιδίου, να βρεθούν:

A) Η γωνία ϕ υπό την οποία εκπέμπεται το φωτόνιο.

B) Το μέτρο της ταχύτητας V και η μάζα M του σωματιδίου που προκύπτει από τη σύγκρουση.

Άσκηση 7

Σωματίδιο μάζας m και φορτίου q αφήνεται μέσα σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο $\vec{E} = E \hat{x}$. Στο ΣΑ του εργαστηρίου

A) Ποια η εξίσωση κίνησης του σωματιδίου σύμφωνα με τη (i) Νευτώνια Μηχανική και (ii) σύμφωνα με τη Θεωρία της Σχετικότητας;

B) Υπολογίστε την ταχύτητα του σωματιδίου συναρτήσει του χρόνου σε κάθε μια από τις περιπτώσεις (i) και (ii).

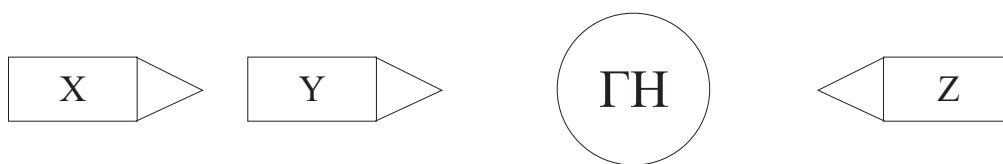
Γ) Υπολογίστε τη θέση του σωματιδίου συναρτήσει του χρόνου, αν αρχικά αυτό βρίσκεται στην αρχή των αξόνων, σε κάθε μια από τις περιπτώσεις (i) και (ii).

Δ) Σχεδιάστε σε κοινή γραφική παράσταση τη θέση του σωματιδίου συναρτήσει του χρόνου για τις περιπτώσεις (i) και (ii). Σε τι είδος καμπύλης αντιστοιχεί η τροχιά σε στην κάθε περίπτωση;

E) Εξετάστε αν συμπίπτουν τα δύο αποτελέσματα του (Γ) στο όριο $c \rightarrow \infty$.

ΣΤ) Υπολογίστε σε πόσο χρόνο το σωματίδιο θα διανύσει απόσταση d σε κάθε μια από τις περιπτώσεις (i) και (ii).

Άσκηση 8



Τρία διαστημόπλοια X , Y και Z πλησιάζουν τη Γη κινούμενα στην ίδια διεύθυνση και με φορές όπως στο Σχήμα. Το μέτρο της ταχύτητας του Y ως προς το X είναι $0.2c$ και του Z ως προς το Y $0.5c$ ενώ το μέτρο της ταχύτητας του X ως προς τη Γη είναι $0.3c$. Αν δίνεται ότι τα διαστημόπλοια X και Y απομακρύνονται το ένα από το άλλο

- A) Να υπολογιστεί η ταχύτητα των διαστημοπλοίων Y και Z ως προς τη Γη.
B) Να υπολογιστεί η ταχύτητα του διαστημόπλοιου X ως προς το Z.

Άσκηση 9

Τραίνο κινείται κατά τον άξονα x με ταχύτητα v .

A) Παραστήσετε σε άξονες (x, ct) και (x', ct') σε δύο χωροχρονικά διαγράμματα, ένα ως προς την Γή και ένα ως προς το τρένο, την αλληλουχία των εξής συμβάντων:

- Σ_1 : Ο μεσαίος επιβάτης, M, βαγονιού ιδιομήκους $2L$, στου οποίου τα άκρα υπάρχουν καθρέφτες, τρίβει τσακμακόπετρα, T, που βρίσκεται στη Γή. (Θεωρείστε ότι λάμψη διαδίδεται προς όλες τις κατευθύνσεις.)
- Σ_2 : Το φως, που φθάνει στον μπροστινό καθρέφτη, ανακλάται, ανακλάται, όταν αυτός βρίσκεται στη θέση A, ως προς την Γη.
- Σ_3 : Το φως, που φθάνει στον πίσω καθρέφτη, ανακλάται, όταν αυτός βρίσκεται στη θέση B, ως προς τη Γή.

Στο σημείο του τρένου, όπου τα δύο ανακλώμενα φωτεινά κύματα συναντώνται, κάθετα επιβάτης, E, του οποίου:

- Σ_4 : Το στήθος (Σ) φωτίζεται.
- Σ_5 : Η πλάτη (Π) φωτίζεται. (Θεωρείστε ότι η απόσταση $\Sigma\Pi=0$.)

Στο σημείο της Γής (πολύ κοντά), όπου τα δύο ανακλώμενα φώτα συναντώνται, υπάρχει διαβάτης, Δ, του οποίου, ομοίως:

- Σ_6 : Το στήθος (Σ) φωτίζεται.
- Σ_7 : Η πλάτη (Π) φωτίζεται. (Θεωρείστε ομοίως ότι η απόσταση $\Sigma\Pi=0$.)

B) Πόση είναι η χωρική απόσταση AB των γεγονότων Σ_2, Σ_3 ως προς το τρένο και ως προς την Γή;

Γ) Πόση είναι η χρονική απόσταση των γεγονότων Σ_2, Σ_3 ως προς το τρένο και ως προς την Γή;

Δ) Πόση είναι η απόσταση των επιβατών ME ως προς το τρένο και ως προς την Γή;

E) Πόση είναι η χωρική απόσταση των γεγονότων Σ_4 (ή Σ_5), Σ_6 (ή Σ_7) ως προς το τρένο και ως προς την Γή;

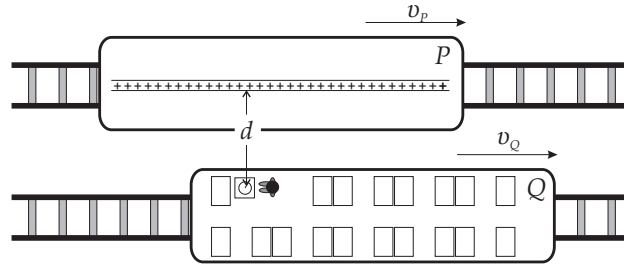
Z) Πόση είναι η χρονική απόσταση των γεγονότων Σ_4 (ή Σ_5), Σ_6 (ή Σ_7) ως προς το τρένο και ως προς την Γή;

H) Πόση είναι η χρονική απόσταση TΔ των γεγονότων Σ_1, Σ_6 ως προς το τρένο και ως προς την Γή;

Θ) Πόση είναι η χωρική απόσταση των γεγονότων Σ_1, Σ_6 ως προς το τρένο και ως προς την Γή;

Άσκηση 10

Κατά μήκος ενός τραίνου P μεγάλου μήκους τοποθετείται, παράλληλα με το έδαφος, ευθύγραμμη φορτισμένη ράβδος με γραμμική πυκνότητα φορτίου $\lambda > 0$. Το τρένο κινείται ως προς τη Γη με σταθερή ταχύτητα $v_p = c/5$. Παράλληλα με το τρένο κινείται άλλο τρένο Q με άγνωστη ταχύτητα v_Q ως προς τη Γη. Αν το μαγνητικό πεδίο που μετράει, στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο με τη ράβδο, ο επιβάτης του τραίνου Q, ο οποίος απέχει d από τη ράβδο, έχει μέτρο το



οποίο δίνεται από τη σχέση $B_Q = \frac{3\lambda}{2\pi\epsilon_0 d c}$

A) Υπολογίστε την ταχύτητα v_Q .

B) Το ηλεκτρικό πεδίο που μετράει ο επιβάτης του Q.

Υπόδειξη: Το μέτρο του ηλεκτρικού πεδίου σε απόσταση r από φορτισμένη ράβδο γραμμικής

πυκνότητας λ είναι $E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

1) Ποια αναλλοίωτα μεγέθη μπορείτε να σχηματίσετε χρησιμοποιώντας τα τετρανόσματα της θέσης και της ορμής;

2) Ποια από τα μεγέθη που εμφανίζονται στη σχέση $E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$ δεν εξαρτώνται από το σύστημα αναφοράς του παρατηρητή και γιατί;

3) Πως συμβιβάζεται με την αιτιότητα το γεγονός ότι το ταυτόχρονο δεν είναι απόλυτη έννοια, αλλά εξαρτάται από το σύστημα αναφοράς; Θα μπορούσε δηλαδή ένα γεγονός A, που προηγείται και είναι η αιτία ενός άλλου γεγονότος B σε ένα σύστημα αναφοράς, να έπεται του B σε ένα άλλο σύστημα αναφοράς;

4) Θεωρείστε ότι σε ουδέτερο λεπτό σύρμα απείρου μήκους που διαρέεται από ρεύμα, όλα τα ηλεκτρόνια κινούνται με την ίδια ταχύτητα v . Ένα εξωτερικό ηλεκτρόνιο που κινείται με την ίδια ταχύτητα v , ως «παράλληλο ρεύμα» έλκεται προς το σύρμα λόγω της δύναμης Lorentz που του ασκείται, $\vec{F} = \vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$, όπου, λόγω της ουδετερότητας του σύρματος το ηλεκτρικό πεδίο $\vec{E} = \vec{0}$.

Όμως στο δικό του συστήματα αναφοράς, τα θετικά πρωτόνια κινούνται με ταχύτητα $-v$, άρα συνιστούν ρεύμα που παράγει (αντίρροπο) μαγνητικό πεδίο, αλλά το ηλεκτρόνιο έχει ταχύτητα 0. Τότε πώς έλκεται; Εξηγήστε ποιοτικά.

5) Ένα αστέρας νετρονίων έχει μάζα ίση με 1.5 ηλιακές μάζες και ακτίνα ίση με $r_0 = 12Km$.

A) Να βρεθεί η ακτίνα Schwarzschild του αστέρα.

B) Για να εκτιμήσουμε την καμπύλωση του χωρόχρονου γύρω από τον αστέρα μπορούμε να υπολογίσουμε το μήκος δυο σημείων στην ακτινική κατεύθυνση που απέχουν 1Km. Το πρώτο βρίσκεται 3Km έξω από την επιφάνεια του αστέρα ($r_1 = 15Km$, $r_2 = 16Km$). Να βρεθεί το προσεγγιστικά πραγματικό μήκος και να συγκριθεί με το αντίστοιχο του ήλιου για σημεία που βρίσκονται 3Km, 4Km αντίστοιχα από την επιφάνειά του.

Υπόδειξη: Να γίνει χρήση της σχέσης (8.2) του Περίοδη.