

ΕΛΛΗΝΙΚΟ ΑΝΟΙΚΤΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ

ΦΥΕ 34 2008-09

5^η ΕΡΓΑΣΙΑ

Προθεσμία παράδοσης 5/5/09

Άσκηση 1

Σε εργαστηριακή άσκηση για το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο, ένας φοιτητής ξέχασε να καταγράψει το μήκος κύματος λ της προσπίπτουσας ακτινοβολίας σε επιφάνεια κεσίου με έργο εξαγωγής (ή εξόδου) $\varphi = 1.8 \text{ eV}$, αλλά θυμήθηκε ότι, όταν αυξομειώνει το λ κατά $\Delta\lambda = \pm 100 \text{ nm}$, το δυναμικό αποκοπής V μηδενιζόταν ή αυξανόταν. Έτσι υπολόγισε: το (κεντρικό) μήκος κύματος λ , το αντίστοιχο δυναμικό αποκοπής V , τη συχνότητα κατωφλίου f_0 , και την μέση ταχύτητα, v , εξόδου των φωτοηλεκτρονίων στο μικρότερο μήκος κύματος $\lambda - \Delta\lambda$. Τι τιμές βρήκε;

Άσκηση 2

A) Δείξτε ότι η κατά Planck συνάρτηση της φασματικής κατανομής της αφετικής ικανότητας του μέλανος σώματος $u_p(f, T) = 8\pi hf^3 / \left\{ c^3 \left[e^{hf/(kT)} - 1 \right] \right\}$ εμπεριέχει, ως όρια: αφενός, για μικρές συχνότητες, f , την συνάρτηση των Rayleigh – Jeans $u_{RJ}(f, T) = 8\pi f^2 kT / c^3$, και αφετέρου, για μεγάλες συχνότητες, την συνάρτηση του Wien $u_w(f, T) = Af^3 e^{-Bf/T}$, όπου T η (απόλυτη) θερμοκρασία.

B) Αν οι σταθερές A, B της συναρτήσεως του Wien μετρηθούν πειραματικώς, βρείτε τις σταθερές του Planck, h , και του Boltzman, k . Αντιστρόφως, με δεδομένα τα h , k , υπολογίστε τις τιμές των A, B (σε μονάδες SI).

Γ) Δοθέντος ότι ο Rayleigh χρησιμοποίησε την (κλασσικώς εύλογη) υπόθεση ότι H/M κύμα δοθείσης συχνότητας, f , μπορεί να έχει οποιαδήποτε ενέργεια ανεξαρτήτως της f (δηλαδή $\sim E^2$ αλλά όχι μόνο ακέραια πολλαπλάσια της f), δείξτε την αυτο-α-συνέπεια της κλασσικής θεωρίας (από εύλογη υπόθεση συνάγεται παράλογο συμπέρασμα).

Δ) Υπολογίστε την ολική ένταση από όλες τις συχνότητες και δείξτε ότι είναι ανάλογη του T^4 . Εκφράστε τον συντελεστή αναλογίας συναρτήσας παγκοσμίως σταθερών. (Το ολοκλήρωμα $\int_0^\infty x^3 dx / (e^x - 1) = \pi^4/15$.)

Υποδ. Η ένταση που βγαίνει από την οπή παρατηρήσεως της κοιλότητας είναι $cu(T) \frac{1}{2} \frac{1}{2}$: Το ένα (1/2) επειδή η μισή ακτινοβολία οδεύει προς την μεριά της εξόδου, ενώ η άλλη μισή προς τα μέσα. Το άλλο (1/2) = $\langle \cos^2 \theta \rangle$.

Άσκηση 3

Υπολογίστε το μήκος κύματος ενός φωτονίου ακτίνων X το οποίο μπορεί να προσδώσει μια μέγιστη κινητική ενέργεια 60keV σε ένα ακίνητο ελεύθερο ηλεκτρόνιο μετά από μία σκέδαση Compton.

Άσκηση 4

Για το άτομο του Υδρογόνου δείξε ότι όταν $n \gg 1$ η συχνότητα του εκπεμπομένου φωτονίου σε μετάπτωση από το ενεργειακό επίπεδο n στο $n-1$ ισούται με τη συχνότητα περιστροφής του ηλεκτρονίου στην κατάσταση n .

Άσκηση 5

Ένα ηλεκτρόνιο με αρχική κινητική ενέργεια 5.5eV προσπίπτει σε φράγμα δυναμικού ύψους 10.0eV .

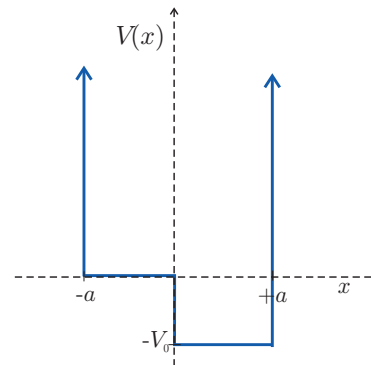
A) Ποιά είναι το εύρος του φράγματος δυναμικού αν το ηλεκτρόνιο έχει 0.1% πιθανότητα διέλευσης;

B) Ποια είναι η πιθανότητα διέλευσης ενός πρωτονίου ίδιας κινητικής ενέργειας;

Άσκηση 6

Ηλεκτρόνιο υπόκειται στο δυναμικό του σχήματος,

$$V(x) = \begin{cases} +\infty & , x < -a \\ 0 & , -a < x < 0 \\ -V_0 & , 0 < x < +a \\ +\infty & , x > +a \end{cases}$$



όπου $a = 0.110\text{nm}$ και V_0 άγνωστη θετική σταθερά

με διατάξεις ενέργειας. Δίνεται ότι το ηλεκτρόνιο βρίσκεται σε στάσιμη κατάσταση με ενέργεια $E = 0$. Η κυματοσυνάρτηση στην περιοχή $-a < x < 0$ είναι της μορφής $\psi(x) = Cx + D$ όπου C, D άγνωστες σταθερές.

A) Να προσδιοριστεί η κυματοσυνάρτηση παντού στο χώρο εκτός από τη σταθερά κανονικοποίησης.

B) Να υπολογιστεί η ελάχιστη δυνατή τιμή του V_0 .

Υπόδειξη: Οι μικρότερες θετικές ρίζες της εξίσωσης $\tan x = -x$ είναι οι $x = 2.03, 4.91, 7.98, 11.1, \dots$

Άσκηση 7

A) Ποια η πιθανότητα να βρεθεί εκτός της κλασικά επιτρεπτής περιοχής ένας μονοδιάστατος κβαντικός αρμονικός ταλαντωτής μάζας m και συχνότητας ω ο οποίος βρίσκεται στη θεμελιώδη κατάσταση;

B) Υπολογίστε στη θεμελιώδη κατάσταση την αβεβαιότητα στη μέτρηση της θέσης.

Γ) Εκφράστε τη μέση τιμή της δυναμικής ενέργειας και συναρτήσει της αβεβαιότητας της θέσης και υπολογίστε την τιμή της.

Δ) Ποια η μέση τιμή της κινητικής ενέργειας;

Υπόδειξη: Δίνονται τα ολοκληρώματα $\int_0^{+1} dz e^{-z^2} \approx 0.7468$ και

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dz e^{-az^2} = \sqrt{\frac{\pi}{a}}, \quad \int_{-\infty}^{+\infty} dz z^2 e^{-az^2} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{a^3}},$$

Άσκηση 8

Η κυματοσυνάρτηση ενός σωματιδίου μάζας m σε διδιάστατο τετραγωνικό κουτί πλευράς L δίνεται από

$$\psi(x, y) = C \left\{ \cos \left[\frac{\pi}{L} (2x - y) \right] - \cos \left[\frac{\pi}{L} (2x + y) \right] \right\}$$

- A) Υπολογίστε τη σταθερά C .
 B) Υπολογίστε την ενέργεια του σωματιδίου και τον εκφυλισμό του ενεργειακού επιπέδου.

Άσκηση 9

Ένα ιόν Li^{2+} βρίσκεται σε στάσιμη διεγερμένη κατάσταση ενέργειας $E = -13.6\text{eV}$ και στροφορμής $L = 1.612 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}$.

- A) Να βρεθεί ο βαθμός εκφυλισμού αυτής της ενεργειακής στάθμης και να γραφεί η γενική μορφή της κυματοσυνάρτησης του ιόντος.
 B) Να υπολογιστεί η πιθανότητα να βρεθεί το ηλεκτρόνιο μέσα σε σφαίρα ακτίνας ίσης με την αντίστοιχη κβαντική ακτίνα του μοντέλου Bohr.

Άσκηση 10

Για ένα ιόν ηλίου το οποίο βρίσκεται σε στάσιμη κατάσταση γνωρίζετε τα παρακάτω στοιχεία

- (i) Η ενέργειά του είναι $E = -6.04\text{eV}$
 (ii) Η γωνία που σχηματίζει το διάνυσμα της στροφορμής του με τον άξονα των z είναι 35.25°

- A) Να γραφεί η πλήρης κυματοσυνάρτηση του ιόντος.
 B) Να υπολογιστεί ο λόγος της μέσης τιμής της απόστασης του ηλεκτρονίου από τον πυρήνα ως προς την αντίστοιχη ακτίνα που προβλέπει το μοντέλο του Bohr.
 Γ) Να υπολογιστεί η μέση τιμή της δυναμικής ενέργειας του ιόντος.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

- 1) Άσκηση 22 από το βιβλίο των Serway, Moses, Moyer σελ 197
- 2) Ηλεκτρόνια ενέργειας 10 eV προσπίπτουν κάθετα σε σχισμή πλάτους $a = 5 \mu\text{m}$. Χρησιμοποιώντας την αρχή της απροσδιοριστίας του Heisenberg να εκτιμήσετε τη γωνία περίθλασης των ηλεκτρονίων από τη σχισμή.
- 3) Στο πρόβλημα του σωματιδίου σε μονοδιάστατο κουτί η ενέργεια μηδενικού σημείου είναι μη μηδενική. Εξηγήστε γιατί ενώ διαφορική εξίσωση Schrödinger έχει λύση με $E=0$ εντούτοις αυτή είναι φυσικά μη αποδεκτή.
- 4) Ένα σωματίδιο σε μια στάσιμη κατάσταση μπορεί να κινείται ; Αν ναι εξηγήστε τι είναι «στάσιμο».
- 5) Εξηγήστε αν θα παρατηρήσετε σκέδαση σε μεγάλες γωνίες όταν επαναλάβετε το πείραμα του Rutherford με λεπτό φύλλο στερεού Υδρογόνου (το Υδρογόνο είναι στερεό για θερμοκρασίες κάτω από 14K) αντί για φύλλο χρυσού;