

### 3<sup>η</sup> εργασία

Ημερομηνία αποστολής: 28 Φεβρουαρίου 2007

#### ΘΕΜΑ 1

(Μονάδες 7)

Η θέση ενός σωματίου που κινείται στον άξονα  $x$  εξαρτάται από το χρόνο σύμφωνα με την εξίσωση:

$$x(t) = ct^2 - bt^3 \quad (1)$$

όπου  $x$  σε μέτρα και  $t$  σε δευτερόλεπτα .

(α) Τι διαστάσεις και μονάδες πρέπει να έχουν τα  $c$  και  $b$  ;

Για τα επόμενα ερωτήματα θεωρείστε ότι οι αριθμητικές τιμές τους είναι 3.0 και 1.0 αντίστοιχα .

(β) Σε ποια στιγμή το σωματίο παίρνει την μέγιστη θετική θέση του στον  $x$  ;

(γ) Πόσο συνολικά δρόμο διανύει το σωματίο στα πρώτα 4s ;

(δ) Ποια η μετατόπιση του στην διάρκεια των πρώτων 4s ;

(ε) Ποια η ταχύτητα του σωματίου στο τέλος καθενός από τα τέσσερα δευτερόλεπτα ;

(στ) Ποια η επιτάχυνση του σωματίου στο τέλος καθενός από τα τέσσερα πρώτα δευτερόλεπτα ;

(ζ) Σχεδιάστε την θέση, ταχύτητα και επιτάχυνση ως συναρτήσεις του χρόνου από 0 μέχρι 4s.

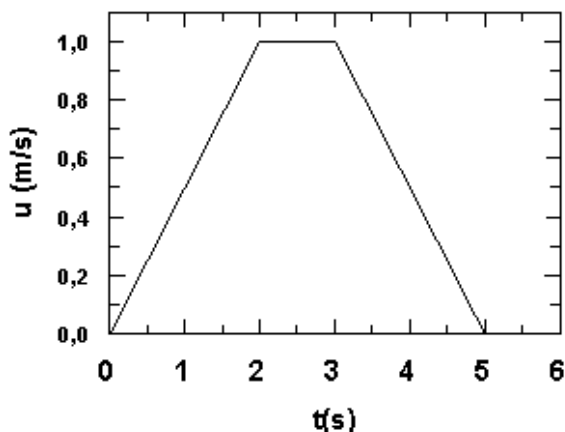
#### ΘΕΜΑ 2

(Μονάδες 10)

A) Η επιτάχυνση ενός σώματος που κινείται σε ευθεία γραμμή δίνεται από τη σχέση:

$a = -ku^2$ , όπου  $k$  θετική σταθερά και  $u$  η ταχύτητά του. Δίδεται ότι για  $t=0$  το κινητό ευρίσκεται στην αρχή των αξόνων και έχει ταχύτητα  $u_0 > 0$ . α) Να βρεθούν η ταχύτητα και απομάκρυνση ως συναρτήσεις του χρόνου. β) Να βρεθεί η ταχύτητα ως συνάρτηση της απομάκρυνσης. (μον.5)

B) Σωματίο εκτελεί ευθύγραμμη κίνηση με ταχύτητα όπως δείχνει το σχήμα. Να παρασταθούν γραφικά η επιτάχυνση και η απομάκρυνση, ως συναρτήσεις του χρόνου για  $0 \leq t \leq 5$  s. (μον.5)



### ΘΕΜΑ 3

(Μονάδες 13)

**A)** Αυτοκίνητο επιταχύνεται ευθύγραμμα, αφού ξεκινήσει από την ηρεμία και την αρχή των αξόνων, με ταχύτητα που δίνεται από την σχέση:

$$u = k \sqrt{t},$$

όπου  $k > 0$  και  $t$  ο χρόνος. α) Να βρεθούν η επιτάχυνση και απομάκρυνσή του ως συναρτήσεις του χρόνου. β) Να δοθούν προσεγγιστικά οι γραφικές παραστάσεις της απομάκρυνσης, ταχύτητας και επιτάχυνσης ως συναρτήσεις του χρόνου. (μον.4)

**B)** Σωματίο κινείται σε ευθεία γραμμή. Η επιτάχυνσή του είναι:

$$a = -2x$$

όπου η απομάκρυνση  $x$  εκφράζεται σε m και η  $a$  σε  $m/s^2$ . Βρείτε τη σχέση μεταξύ ταχύτητας και απομάκρυνσης, αν δίνεται ότι για  $x=0$ ,  $v_0=4$  m/s. (μον.4)

**Γ)** Κινούμενος διάδρομος επιβατών σε αερολιμένα κινείται με 1.0 m/s και έχει μήκος 80.0 m. Αν μια γυναίκα μπει από τη μια άκρη και περπατάει με 2.0 m/s, σχετικά με τον κινούμενο διάδρομο, πόσο χρόνο θα χρειαστεί για να φτάσει στην άλλη άκρη αν περπατάει α) στην ίδια κατεύθυνση με την οποία κινείται ο διάδρομος; β) στην αντίθετη κατεύθυνση; (μον.5)

### ΘΕΜΑ 4

(Μονάδες 10)

**A)** Ένα παιδί που κινδυνεύει να πνιγεί σε ένα ποτάμι παρασύρεται από το ρεύμα του ποταμού που κυλάει ομαλά με ταχύτητα 2.5 km/h. Το παιδί απέχει 0.6 km από την όχθη και 0.8 km από μία αποβάθρα που βρίσκεται στην ίδια όχθη προς την αντίθετη από το ρεύμα διεύθυνση, από όπου ξεκινάει μία βενζινακτος για να το σώσει. (α) Αν η βενζινακτος κινείται με την μέγιστη ταχύτητα της ως προς το νερό, 20 km/h, ποια κατεύθυνση σε σχέση με την όχθη πρέπει να πάρει ο διαμήκης άξονας της βενζινακάτου; (β) Ποια γωνία θα σχηματίσει η ταχύτητα της βενζινακάτου  $\vec{v}$  με την όχθη; Πόσος χρόνος θα χρειαστεί η βενζινακτος για φθάσει το παιδί; (μον.5)

**B)** Δύο ποδοσφαιριστές αρχίζουν να τρέχουν από το ίδιο περίπου σημείο ταυτόχρονα. Ο πρώτος τρέχει βόρεια με ταχύτητα 4 m/s ενώ ο δεύτερος κατευθύνεται  $60^\circ$  βόρεια της ανατολής με ταχύτητα 5.4 m/s. (α) Μετά από πόσο χρόνο θα απέχουν μεταξύ τους 25 m; (β) Ποια είναι η ταχύτητα του δεύτερου παίκτη ως προς τον πρώτο; (γ) Πόση απόσταση θα απέχουν μεταξύ τους μετά από 4 s; (μον.5)

### ΘΕΜΑ 5

(Μονάδες 10)

**A)** Ένας συνηθισμένος άνθρωπος δεν θα τολμούσε να πηδήξει από ύψος μεγαλύτερο των 2 m. Για μεγαλύτερες πτώσεις σχεδόν σίγουρα θα έσπαζε κάποιο πόδι. Σε ένα προσεληνωμένο όχημα από τι ύψος θα μπορούσε να πηδήξει ένας αστροναύτης με την ίδια αντοχή οστών; ( $g_{\text{Σελήνης}} = \frac{1}{6} g_{\text{Γ}}$ ) (μον.5)

**B)** Δύο τραίνα κινούνται αντίθετα στην ίδια διεύθυνση, το καθένα με σταθερή ταχύτητα  $v$ . Τα τραίνα αρχίζουν να κινούνται συγχρόνως από δυο πόλεις A και B, οι οποίες απέχουν απόσταση  $d$ . Τα τραίνα ξεκινούν από τις πόλεις A και B ταυτόχρονα και μία μέλισσα που αρχικά βρισκόταν στο μπροστινό μέρος του τραίνου A ξεκινά ταυτόχρονα με τα τραίνα και ταξιδεύει με ταχύτητα  $u$ , κατά μήκος των σιδηροδρομικών γραμμών προς τη πόλη B. Όταν φτάνει στο τρένο B αλλάζει κατεύθυνση μέχρι να συναντήσει το πρώτο τρένο, οπότε αλλάζει πάλι κατεύθυνση κ.ο.κ. Η μέλισσα εξακολουθεί να πετάει ανάμεσα στα δύο τραίνα έως ότου συνθλιβεί ανάμεσα τους τη στιγμή της σύγκρουσης. Υπολογίστε τη συνολική απόσταση που διένυσε η μέλισσα μέχρι να συνθλιβεί ανάμεσα στα δύο τραίνα και τον αντίστοιχο χρόνο ( $u > v$ ). (μον.5)

## ΘΕΜΑ 6

(Μονάδες 10)

**A)** Η τροχιά της Σελήνης γύρω από την Γη είναι σχεδόν κυκλική με ακτίνα περίπου  $3.84 \times 10^5$  km. Η δύναμη της βαρύτητας που ασκείται μεταξύ Γης και Σελήνης δίνεται από τον νόμο της παγκόσμιας έλξης του Νεύτωνα. Αν  $M$  και  $m$  είναι οι μάζες της Γης και της Σελήνης αντίστοιχα,  $r$  η απόσταση μεταξύ των κέντρων των σωμάτων και  $G = 6.672 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$  η παγκόσμια βαρυτική σταθερά, τότε η δύναμη της βαρύτητας δίνεται από  $F = G \frac{Mm}{r^2}$

(α) Υπολογίστε την τροχιακή ταχύτητα της Σελήνης γύρω από την Γη (αγνοείστε την ταχύτητα του συστήματος Γη-Σελήνη γύρω από τον Ήλιο, κλπ).

(β) Υπολογίστε την μάζα της Γης

(μον.5)

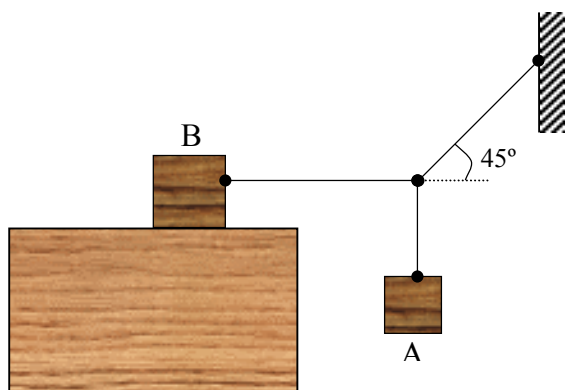
(Η περίοδος περιφοράς της Σελήνης γύρω από τη Γη είναι 27.3 ημέρες)

**B)** Άνθρωπος βρίσκεται πάνω σε πλατφόρμα που ταξιδεύει με ταχύτητα σταθερού μέτρου 9.1 m/s. Επιθυμεί να ρίξει μία μπάλα μέσα από έναν ακίνητο κατακόρυφο δακτύλιο, στερεωμένο στο έδαφος, που βρίσκεται σε 4.9 m πάνω από το ύψος των χεριών του κατά τέτοιο τρόπο ώστε η μπάλα να κινείται οριζόντια όταν περνά από τον δακτύλιο. Ρίχνει την μπάλα με ταχύτητα 13.4 m/s ως προς τον εαυτό του. (α) Ποια πρέπει να είναι η κατακόρυφη συνιστώσα της αρχικής ταχύτητας της μπάλας; (β) Σε πόσα δευτερόλεπτα μετά το ρίξιμο της η μπάλα θα περάσει μέσα από τον δακτύλιο; (γ) Σε ποια οριζόντια απόσταση πριν από τον δακτύλιο πρέπει να εκσφενδονίσει την μπάλα; (μον.5)

## ΘΕΜΑ 7

(Μονάδες 8)

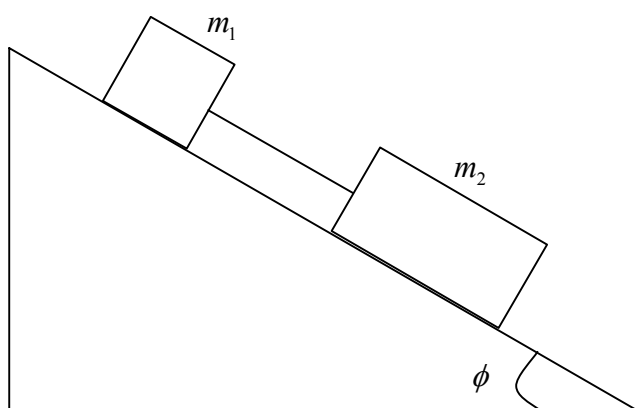
Ο κύβος B σχήμα έχει βάρος 710N. Ο συντελεστής στατικής τριβής μεταξύ κύβου και τραπέζιου είναι 0.25. Βρείτε το μέγιστο βάρος που μπορεί να έχει ο κύβος A χωρίς να ανατραπεί η ισορροπία του συστήματος.



## ΘΕΜΑ 8

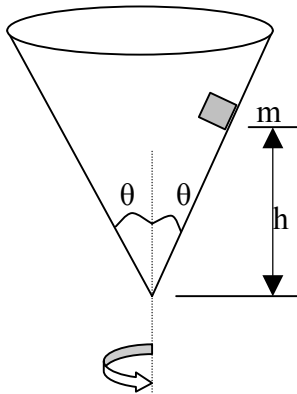
(Μονάδες 12)

**A)** Δύο μάζες,  $m_1 = 1.65\text{kg}$  και  $m_2 = 3.30\text{kg}$ , που συνδέονται με αβαρή ράβδο παράλληλα προς το κεκλιμένο επίπεδο στο οποίο ολισθαίνουν, όπως δείχνει το σχήμα, κατεβαίνουν κατά μήκος του επιπέδου και η μάζα  $m_2$  ρυμουλκεί τη μάζα  $m_1$ . Η γωνία κλίσης είναι  $\phi = 30^\circ$ . Ο συντελεστής κινητικής τριβής μεταξύ  $m_1$  και επιπέδου είναι  $\mu_1 = 0.226$  μεταξύ  $m_2$  και επιπέδου ο αντίστοιχος συντελεστής είναι  $\mu_2 = 0.113$ . Υπολογίστε (α) την τάση στη ράβδο που συνδέει τις δύο μάζες και (β) την κοινή επιτάχυνσή τους (γ) θα άλλαζαν οι απαντήσεις σας στα ερωτήματα (α) και (β) αν η μάζα  $m_1$  ρυμουλκούσε τη μάζα  $m_2$ ; (Αλλαγή θέσης σωμάτων) (μον.6)



**B)** Μικρό σώμα μάζας  $m$  είναι τοποθετημένο μέσα σε ανεστραμμένο κώνο που περιστρέφεται γύρω από τον (κατακόρυφο) άξονά του με περίοδο  $P$ . Τα τοιχώματα του κώνου σχηματίζουν γωνία  $\theta$  με την κατακόρυφο. Ο συντελεστής στατικής τριβής μεταξύ του σώματος και της εσωτερικής επιφάνειας του κώνου είναι  $\mu_s$ . Το σώμα

παραμένει σε σταθερό ύψος  $h$  στο εσωτερικό του κώνου συμπαρασυρόμενο με αυτόν –το ύψος  $h$  μετριέται από την κορυφή του. Ποια είναι η μέγιστη τιμή της περιόδου  $P$  για την οποία το σώμα δεν μπορεί να συμπαρασυρθεί από το τοίχωμα του κώνου και αρχίζει να ολισθαίνει προς τα κάτω; Ποιά είναι η ελάχιστη τιμή της περιόδου  $P$  για την οποία το σώμα δεν μπορεί να συμπαρασυρθεί από το τοίχωμα του κώνου και αρχίζει να ολισθαίνει προς τα πάνω; **(μον.6)**



## ΘΕΜΑ 9

**(Μονάδες 10)**

**A)** Ένας βόλος (μπίλια) βυθίζεται ξεκινώντας από την ηρεμία, εντός μέσου το οποίο ασκεί δύναμη αντίστασης η οποία μεταβάλλεται ανάλογα προς το τετράγωνο της ταχύτητας ( $R = Cu^2$ ). α) Σχεδιάστε διάγραμμα που να δείχνει την κατεύθυνση της κίνησης και σημειώστε με τη βοήθεια διανυσμάτων όλες τις δυνάμεις που ασκούνται στο βόλο. β) Να εφαρμόσετε τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα και να συνάγετε, από την προκύπτουσα εξίσωση τις γενικές ιδιότητες της κίνησης. γ) Δείξτε

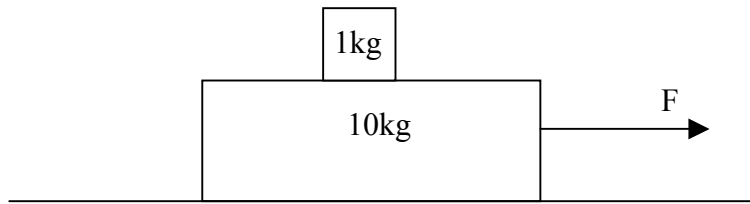
ότι ο βόλος αποκτά οριακή ταχύτητα ίση με  $u_t = \sqrt{\frac{mg}{C}}$ . δ) Να εξάγετε την εξίσωση

που δίνει την ταχύτητα ως συνάρτηση του χρόνου. [Σημείωση:

$\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctan} h\left(\frac{x}{a}\right)$  όπου η σχέση  $\tanh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} = \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1}$  ορίζει τη

συνάρτηση  $\tanh$ , που ονομάζεται υπερβολική εφαπτομένη.] **(μον.5)**

**B)** Σώμα μάζας 1kg τοποθετείται πάνω σε σώμα μάζας 10kg που βρίσκεται σε οριζόντια επιφάνεια, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η δύναμη  $F$  μεταβάλλεται με το χρόνο  $t$  (που εκφράζεται σε δευτερόλεπτα) έτσι, ώστε  $F=0.2t$  N. Αν ο συντελεστής στατικής τριβής είναι 0.2 και ο συντελεστής τριβής ολίσθησης 0.15 μεταξύ όλων των επιφανειών, βρείτε την κίνηση κάθε σώματος σαν συνάρτηση του χρόνου. **(μον.5)**



### ΘΕΜΑ 10

(Μονάδες 10)

Ένα κέρμα μάζας 3.1g τοποθετείται πάνω σε ένα μικρό σώμα μάζας 20g που συγκρατείται από τον περιστρεφόμενο δίσκο, σε απόσταση  $r=12\text{cm}$  όπως φαίνεται στο σχήμα. Αν ο συντελεστής τριβής μεταξύ σώματος και δίσκου είναι 0.75 (στατικής) και 0.64 (ολίσθησης) ενώ για το κέρμα και το σώμα είναι 0.45 (ολίσθησεως) και 0.52 (στατικής), ποια είναι η μέγιστη συχνότητα περιστροφής του δίσκου σε στροφές ανά λεπτό, ώστε να μην γλιστρήσει πάνω στο δίσκο ούτε το σώμα ούτε το κέρμα;

