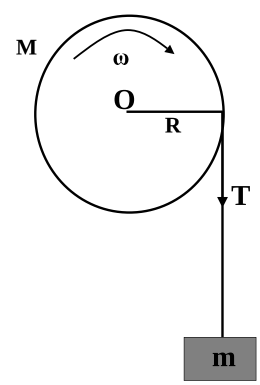
5^{η} Εργασία
Παράδοση 20/6/2004

1

Ποια είναι ή ελάχιστη οριζόντια δύναμη F πού πρέπει να εφαρμοστεί πάνω στον άξονα μιας ρόδας, ώστε να ανέβει πάνω σ' ένα πεζοδρόμιο; Δίνονται ή ακτίνα R της ρόδας, το βάρος της W και το ύψος του πεζοδρομίου h.
(8 μονάδες)

2

Συμπαγής κύλινδρος με μάζα $2000\,g$ και ακτίνα $4\,cm$, είναι αναγκασμένος να στρέφεται γύρω από τον άξονα του, που είναι οριζόντιος. Ένα νήμα είναι τυλιγμένο γύρω από τον κύλινδρο και το ένα άκρο του, που κρέμεται ελεύθερο, συγκρατεί μια μάζα $150\,g$ όπως φαίνεται στο σχήμα. Να βρείτε τη γραμμική επιτάχυνση της μάζας, τη γωνιακή επιτάχυνση του κυλίνδρου, την τάση του νήματος και την κατακόρυφη δύναμη που συγκρατεί τον κύλινδρο. (Δίδεται $g = 9,8\ m/s^2$)
(8 μονάδες)



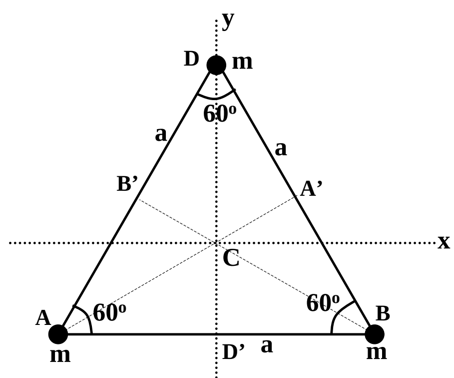
3

Ένας βαρύς τροχός έχει σχήμα συμπαγούς κυλίνδρου με ακτίνα $0,50\,m$, πάχος $0,20\,m$ και μάζα $1200\,kg$. Ο τροχός στηρίζεται σε ρουλεμάν και στρέφεται ελεύθερα με γωνιακή ταχύτητα 150 στροφές ανά δευτερόλεπτο. Σε κάποια στιγμή εφαρμόζουμε στον τροχό μια τροχοπέδη, που δρα στην περιφέρεια του τροχού με κάθετη δύναμη ίση με το βάρος μιας μάζας $40\,kg$. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ των τριβόμενων επιφανειών είναι $0,4$ και δεχόμαστε ότι είναι ανεξάρτητος από τη σχετική ταχύτητα των επιφανειών. Σε πόσο χρόνο θα σταματήσει ο τροχός; (Δίδεται $g = 9,8\ m/s^2$)
(8 μονάδες)

4

Τρεις ίσες σημειακές μάζες βρίσκονται στις κορυφές ενός ισόπλευρου τριγώνου πλευράς a (βλ. σχήμα) και συνδέονται μεταξύ τους με ένα αβαρές τριγωνικό φύλλο.

(α) Να βρείτε τη ροπή αδράνειας I_z ως προς τον άξονα που είναι κάθετος στο τρίγωνο και περνά από το κέντρο του, C.
(β) Να υπολογίσετε την I_y ως προς τον άξονα y (βλ. σχήμα).
(γ) Να χρησιμοποιήσετε το θεώρημα των κάθετων αξόνων ($I_z = I_x + I_y$), για να υπολογίσετε την I_x.
(8 μονάδες)

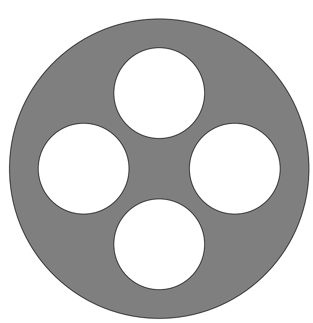


5

Μια κούφια σφαίρα με εσωτερική ακτίνα R_1 και εξωτερική R_2, κυλάει προς τα κάτω, χωρίς να ολισθαίνει, πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο με γωνία κλίσης ϑ.
(α) Να βρείτε τη γωνιακή και τη γραμμική επιτάχυνση της σφαίρας.
(β) Στο χαμηλότερο άκρο του, το κεκλιμένο επίπεδο συνδέεται με καμπύλη επιφάνεια, που τελικά καταλήγει σε ένα οριζόντιο επίπεδο. Με ποια ταχύτητα θα κινείται το σώμα στο τελικό οριζόντιο επίπεδο, αν ξεκινάει από την ηρεμία, και το κέντρο του βρίσκεται σε ύψος h πάνω από το τελικό οριζόντιο επίπεδο; (Να χρησιμοποιήσετε την αρχή διατήρησης της ενέργειας).
(10 μονάδες)

6

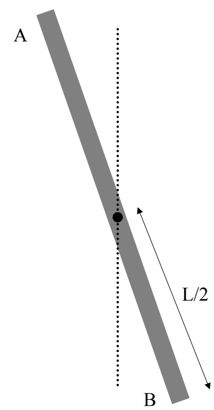
Χρησιμοποιώντας την αρχή ότι οι ροπές αδράνειας μπορούν να προστεθούν, να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας ως προς τον κεντρικό άξονα του κυλινδρικού σώματος του οποίου η διατομή φαίνεται στο σχήμα. Η μάζα του σώματος είναι M, η ακτίνα του a, η ακτίνα καθενός από τα τέσσερα κυλινδρικά κενά είναι $a/3$ και ο άξονας κάθε κενού βρίσκεται σε απόσταση $a/2$ από τον κεντρικό άξονα.
(10 μονάδες)



7

Η γραμμική πυκνότητα μάζας ($\lambda = dm/dx$) μιας ευθύγραμμης ράβδου που έχει μήκος L αυξάνεται από την τιμή λ_0 στο ένα άκρο της (A) σε $2\lambda_0$ στο άλλο άκρο της (B) σύμφωνα με την σχέση $\lambda(x) = \lambda_0(1+x^2/L^2)$. Η ράβδος μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από άξονα που περνά από το κέντρο της, O, και είναι κάθετος σε αυτήν.
(α) Υπολογίστε το κέντρο μάζας της ράβδου.
(β) Υπολογίστε την ροπή αδρανείας της ράβδου ως προς τον άξονα που περνά από το κέντρο της.
Το κέντρο μάζας στερεού σώματος δίδεται από τη σχέση : $x_{cm} = \frac{\int x dm}{\int dm}$.

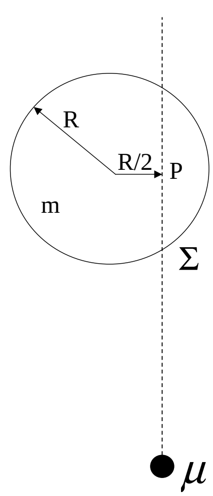
(10 μονάδες)



8

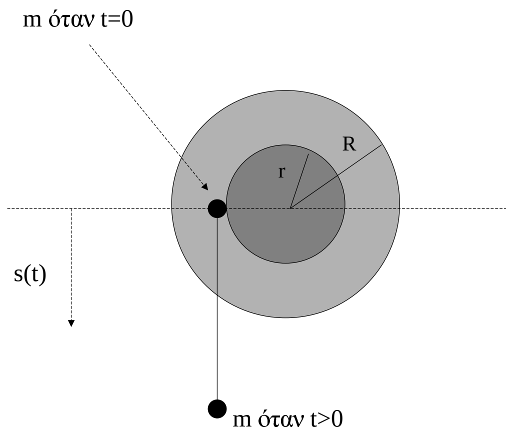
Ένας κυλινδρικός δίσκος με μάζα m και ακτίνα R βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Ένα μικρό βλήμα με μάζα μ, πού κινείται οριζόντια με ταχύτητα v, κτυπά το δίσκο στη διεύθυνση μιας ευθείας πού απέχει από το κέντρο $R/2$. Να βρεθεί τι κίνηση θα κάνει ό δίσκος αν ή σφαίρα σταματήσει στο σημείο Σ. Δίνεται $I = mR^2/2$.

(14 μονάδες)



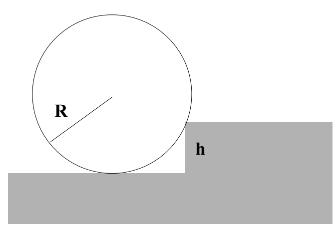
9

Ένας τροχός αποτελείται από δυο ομόκεντρους δίσκους με ακτίνες $R = 0,5\,m$ και $r = 0,3\,m$ όπως φαίνεται στο σχήμα. Ο μικρότερος δίσκος έχει μάζα $m_r = 0,2\,Kg$ και ο μεγαλύτερος $m_R = 10\,kg$. Γύρω από το μικρότερο δίσκο είναι τυλιγμένο σχοινί μήκους $L = 10\,m$ αμελητέου βάρους και στην μια άκρη του είναι συνδεδεμένη μια μάζα $m = 0,1\,kg$. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ η μάζα m αφήνεται ελεύθερη και πέφτει ξετιλύγωντας το σχοινί.
(α) Ποια είναι η τάση που αναπτύσσεται στο σχοινί ενώ ξετυλίγεται.
(β) Υπολογίστε την γωνιακή επιτάχυνση $\alpha(t)$, την γωνιακή ταχύτητα $\omega(t)$ των δίσκων και τη θέση $s(t)$ της μάζας ως συνάρτηση του χρόνου t.
(γ) Ποια είναι η γωνιακή ταχύτητα τη στιγμή που έχει ξετυλιχτεί όλο το σχοινί.
(12 μονάδες)



10

Μια συμπαγής μπάλα ακτίνας R κυλά με ταχύτητα v σε μια επίπεδη επιφάνεια και συγκρούεται μη ελαστικά με ένα σκαλοπάτι ύψους $h < R$, όπως φαίνεται στην εικόνα. Βρείτε σαν συνάρτηση των R και h την ελάχιστη ταχύτητα ώστε η μπάλα να ανέβει το σκαλοπάτι. Θεωρείστε ότι κατά την σύγκρουση η μπάλα δεν γλιστρά. Η ροπή αδρανείας της μπάλας ως προς άξονα που περνά από το κέντρο της είναι $I = 2/5MR^2$.
(12 μονάδες)



Καλή επιτυχία