

# Άσκηση 34

## Περίθλαση ηλεκτρονίων

### 34.1 Σκοπός

Στην άσκηση αυτή θα ελεγχθεί πειραματικά η υπόθεση de Broglie για τα υλικά κύματα, παρατηρώντας και μελετώντας την περίθλαση των ηλεκτρονίων καθώς αυτά διέρχονται ένα πολύ λεπτό φύλλο του πολυκρυσταλλικού γραφίτη, οι δύο βασικές κρυσταλλογραφικές σταθερές του οποίου θα μετρηθούν.

### 34.2 Γενικά

Το 1924, ο Γάλλος φυσικός Louis de Broglie (Λουίζ Ντεμπρολί), με αφορμή την παρατήρηση του δυαδικού χαρακτήρα του φωτός, που συμπεριφέρεται άλλοτε σαν κύμα (φαινόμενο περίθλασης) και άλλοτε σαν σωματίδιο ή φωτόνιο (φωτοηλεκτρικό φαινόμενο), προέβλεψε ότι η αρχή της δυαδικότητας του φωτός εκτείνεται και στα υλικά σωματίδια.

Σύμφωνα με την υπόθεση Ντεμπρολί, κάθε κινούμενο σωματίδιο σχετίζεται με ένα επίπεδο κύμα, το μήκος του οποίου είναι

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad (34.1)$$

όπου  $h$  είναι η σταθερά του Planck και  $p$  είναι η ορμή του σωματιδίου.

Τις μαθηματικές σχέσεις που συνδέουν τις κυματικές με τις σωματιδιακές ιδιότητες των φωτονίων, ο Ντεμπρολί τις επέκτεινε και στα σωματίδια:

$$E = h\nu \quad \text{ή} \quad E = \hbar\omega \quad \text{και} \quad p = \frac{h}{\lambda} \quad \text{ή} \quad p = \hbar k, \quad (34.2\alpha, \beta, \gamma, \delta)$$

όπου  $\omega = 2\pi\nu$ ,  $\hbar = h/2\pi$  και  $k = 2\pi/\lambda$ .

Αργότερα διαπιστώθηκε πειραματικά ότι υπό ορισμένες συνθήκες τα υλικά σωματίδια παρουσιάζουν κυματικές ιδιότητες. Ας εξετάσουμε πρώτα αυτές τις συνθήκες.

Από τα σωματίδια επιλέγουμε το ηλεκτρόνιο, που έχει τη μικρότερη μάζα. Έστω ότι τα ηλεκτρόνια επιταχύνθηκαν αρχικά με διαφορά δυναμικού  $U$  βολτ, κινούνται ευθύγραμμα και σχηματίζουν μία λεπτή δέσμη ομαλά κινούμενων ηλεκτρονίων. Αν η κινητική ενέργεια του κάθε ηλεκτρονίου είναι  $eU = 100$  eV, τότε το αντίστοιχο μήκος κύματος Ντεμπρολί είναι

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2m_e E_k}} = \frac{h}{\sqrt{2m_e eU}} = \frac{12,25}{\sqrt{U}} \times 10^{-8} \text{ cm} = \frac{12,25}{\sqrt{U}} \text{ \AA} \approx 1 \text{ \AA}. \quad (34.3)$$

Επομένως, στην περίπτωση των ηλεκτρονίων, για να προβάλλουν οι κυματικές ιδιότητες αυτά πρέπει να έχουν ενέργεια της τάξης 100 eV και να διέρχονται από “σχισμές” περίπου 1 Å. Ένας κρύσταλλος με ενδοατομικές αποστάσεις  $\approx 1$  Å μπορεί να παίξει τον ρόλο του τρισδιάστατου οπτικού φράγματος. Συνεπώς, οι ευνοϊκές συνθήκες για την εκδήλωση κυματικών φαινομένων στα σωματίδια είναι ένας κρύσταλλος, η επιφάνεια του οποίου βομβαρδίζεται με μία δέσμη ηλεκτρονίων, οι ενέργειες των οποίων είναι της τάξης 100 -1000 eV ( $\lambda \approx 1$ -0,3 Å).

Η περίθλαση ηλεκτρονίων μπορεί να παρατηρηθεί σε δύο κατηγορίες πειραμάτων: στα πειράματα διέλευσης και στα πειράματα ανάκλασης (Παράρτημα 2). Και στις δύο κατηγορίες, όλες οι έννοιες και το θεωρητικό υπόβαθρο του φαινομένου μεταφέρθηκε από άλλη περιοχή της Φυσικής, που η ανάπτυξή της προηγήθηκε ιστορικά. Πρόκειται για την περίθλαση ακτινών X από κρυσταλλικά και πολυκρυσταλλικά δοκίμια, που σύντομα και περιγραφικά παρουσιάζονται στο Παράρτημα 1.

Το πείραμα της Άσκησης ανήκει στην κατηγορία των πειραμάτων διέλευσης, όπου μία δέσμη ηλεκτρονίων με ενέργειες μερικές χιλιάδες βολτ, διαπερνά ένα λεπτό υμένιο από πολυκρυσταλλικό γραφίτη, το πάχος του οποίου είναι περίπου 200 Å.

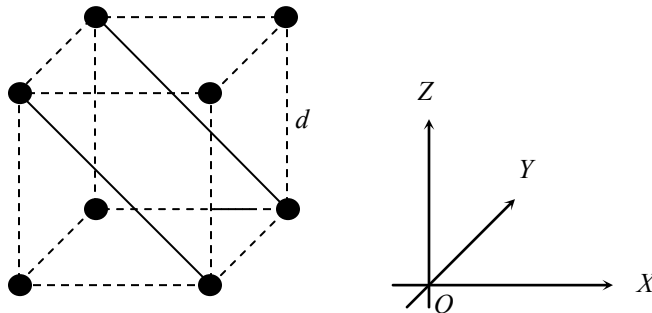
Καθώς η δέσμη διαπερνά το υμένιο, προσκρούει σε μία οθόνη που φθορίζει, όταν τα ηλεκτρόνια τη βομβαρδίζουν με ενέργειες μερικών χιλιάδων eV. Η εικόνα που παρατηρεί κανείς στην οθόνη είναι ένα σημείο, που έντονα εκπέμπει φως και, γύρω του, μερικοί ομόκεντροι κύκλοι, η ένταση των οποίων φθίνει, όσο η διάμετρος τους αυξάνει. Για λόγους καλύτερης εποπτείας του φαινομένου, είναι σκόπιμο να σταθούμε πρώτα στην περίθλαση των ακτινών X στα πολυκρυσταλλικά δοκίμια, που ως πείραμα, ανήκει στην κατηγορία πειραμάτων διέλευσης.

### 34.3 Περίθλαση των ακτινών X σε κρυσταλλικά δοκίμια

Ένα πολυκρυσταλλικό δοκίμιο αποτελείται από μεγάλο πλήθος τυχαία προσανατολισμένων πολλών μικρών κρυστάλλων. Τους όρους περίθλασης και το είδος του αποτύπωματος που λαμβάνει κανείς στη φωτογραφική πλάκα θα μπορούσαμε να εξετάσουμε όπως στο Παράρτημα 1, όπου αναλύονται οι όροι περίθλασης από τους μονοκρυστάλλους, αλλά εδώ θα ακολουθήσουμε άλλη μέθοδο, που είναι πολύ πιο απλή και άμεσα εφαρμόσιμη στην Άσκηση αυτή. Για το σκοπό αυτό εισάγεται η έννοια του *κρυσταλλικού επιπέδου*.

#### 34.3.1. Κρυσταλλικά επίπεδα στους κρυστάλλους

Στο Σχ. 34.1 δίνονται οι θέσεις των ατόμων στην κυψελίδα ενός κρυστάλλου, τύπου κύβος.



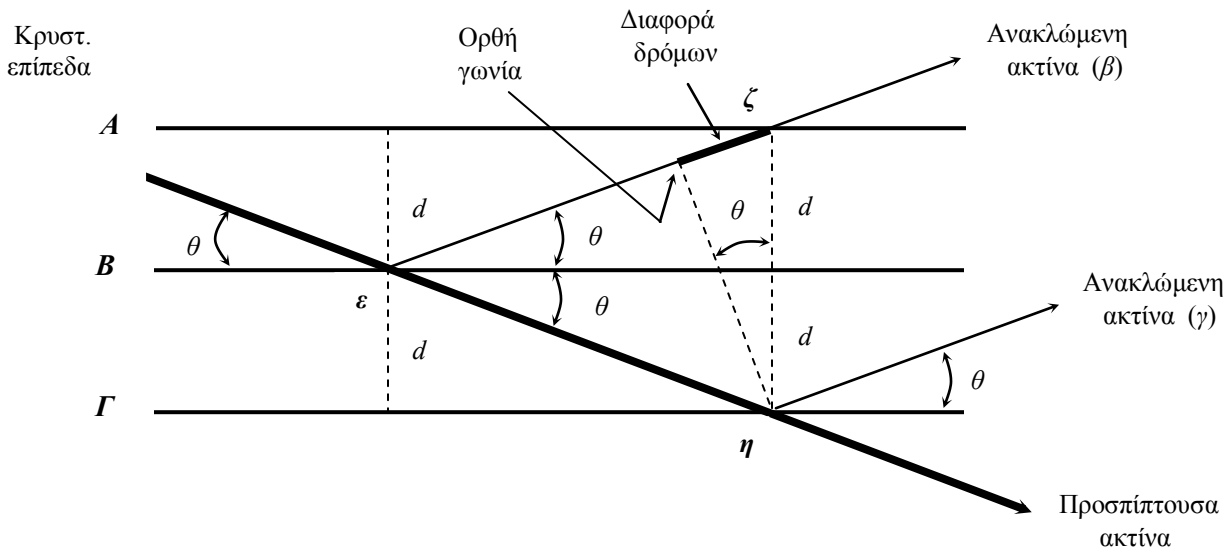
Σχήμα 34.1. Μερικά κρυσταλλικά επίπεδα του κρυστάλλου

Εξ ορισμού, κρυσταλλικό επίπεδο του κρυστάλλου ονομάζεται κάθε επίπεδο, στην επιφάνεια του οποίου είναι “καρφισωμένα” τα άτομα. Τα επίπεδα αυτά είναι πολλά. Στο Σχ. 34.1, πλεγματικά επίπεδά είναι τα επίπεδα  $OXY$ ,  $OYZ$ ,  $OZX$  και όλα τα παράλληλα προς αυτά, που απέχουν κατά  $d$ ,  $2d$ ,  $3d$ ,  $4d$  κ.λ.π. Κρυσταλλικό επίπεδο είναι και το διαγώνιο. Βλέπουμε ότι το διαγώνιο επίπεδο έχει μικρότερη πυκνότητα ατόμων, αλλά και οι ενδοατομικές σταθερές εδώ είναι δύο: η  $d$  και η  $d\sqrt{2}$ .

#### 34.3.2. Ιδιότητες των κρυσταλλικών επιπέδων

Στην ανάλυση των τρισδιάστατων φραγμάτων θεωρείται ότι *κάθε άτομο* του κρυστάλλου σκεδάζει την προσπίπτουσα ακτινοβολία, η τελευταία, με τη σειρά της, συμβάλει ενισχυτικά με άλλες σκεδαζόμενες ακτίνες και έτσι δημιουργείται το αποτύπωμα της περίθλασης στη φωτογραφική πλάκα (Παράρτημα 1).

Διαφορετική γλώσσα χρησιμοποιείται όταν γίνεται χρήση της έννοιας του κρυσταλλικού επιπέδου. Έτσι, στο κρυσταλλικό επίπεδο προσδίδεται η ιδιότητα ενός ημιδιαφανούς οπτικού κατόπτρου, όπου, για παράδειγμα, η γωνία ανάκλασης ισούται με τη γωνία πρόσπτωσης, ο συντελεστής ανάκλασης είναι σταθερό ποσοστό κ.λ.π. Στο μοντέλο αυτό (Σχ.34.2), η ακτινοβολία X προσπίπτει, υπό γωνία  $\theta$ , στα παράλληλα κρυσταλλικά επίπεδα  $A$ ,  $B$  και  $\Gamma$  (για την ανάλυση αρκούν τρία). Θεωρούμε ακόμη ότι η απόσταση μεταξύ των επιπέδων είναι  $d$ . Τότε μπορούμε εύκολα να δούμε ότι:



Σχήμα 34.2 Η περίθλαση κατά Bragg.

1. Η ανακλώμενη και η προσπίπτουσα ακτίνες σχηματίζουν γωνία  $2\theta$ .
2. Η ανακλώμενες ακτίνες ( $\beta$ ) και ( $\gamma$ ) συμβάλουν ενισχυτικά, όταν η διαφορά δρόμων είναι ακέραια πολλαπλάσια του μήκους κύματος της προσπίπτουσας ακτινοβολίας  $\lambda_0$ . Από το Σχ. 34.2 προκύπτει ότι στο ισόπλευρο τρίγωνο  $\varepsilon-\zeta-\eta$ , οι πλευρές  $\varepsilon-\zeta$  και  $\varepsilon-\eta$  είναι ίσες. Η σχετική τριγωνομετρική ανάλυση μας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι η διαφορά δρόμων των δύο ακτινών (τονίζεται στο σχήμα) είναι  $2d\sin\theta$ . Επομένως οι δύο ανακλώμενες ακτίνες συμβάλουν ενισχυτικά όταν ισχύει η λεγόμενη *συνθήκη Bragg*:

$$2d \sin \theta = n\lambda_0, \quad (34.4)$$

όπου  $n = 1, 2, 3, 4, \dots$  είναι η τάξη περίθλασης.

### 34.3.3. Πολυκρυσταλλικά δοκίμια. Μέθοδος Debye-Scherrer

Η κρυσταλλογραφική αυτή μέθοδος είναι όμοια με αυτή που χρησιμοποιείται στην παρούσα Άσκηση, αλλά εφαρμόστηκε πρώτα με τις ακτίνες X.

Γενικότερα, ανάλογα με το φάσμα των ακτινών X (φωτός), τρεις είναι οι μέθοδοι που χρησιμοποιούνται στην κρυσταλλογραφία των υλικών:

1. Η μέθοδος “μονοκρυστάλλου + λευκού φωτός” (βλ. Παράρτημα)
2. Η μέθοδος “περιστρεφόμενου μονοκρυστάλλου + μονοχρωματικού φωτός” (βλ. Παράρτημα)
3. Η μέθοδος “κρυσταλλικής κόνεως + μονοχρωματικού φωτός” (βλ. Παράρτημα), η οποία αποκαλείται συχνά και μέθοδος “Debye-Scherer”.

Για να μετρηθούν οι κρυσταλλογραφικοί παράμετροι του κρυστάλλου με την πρώτη και δεύτερη μέθοδο είναι απαραίτητο από το υλικό να δημιουργηθεί ένας μεγάλος ( $\approx 1 \text{ cm}^3$ ) κρύσταλλος υψηλής καθαρότητας, ο λεγόμενος *μονοκρύσταλλος*, ό οποίος είναι συχνά δυσεύρετος, έχει μεγάλο κόστος και σε μερικά υλικά με την τρέχουσα τεχνολογία είναι πολύ δύσκολο ή ακόμη και αδύνατο να δημιουργηθεί. Το “πρόβλημα του

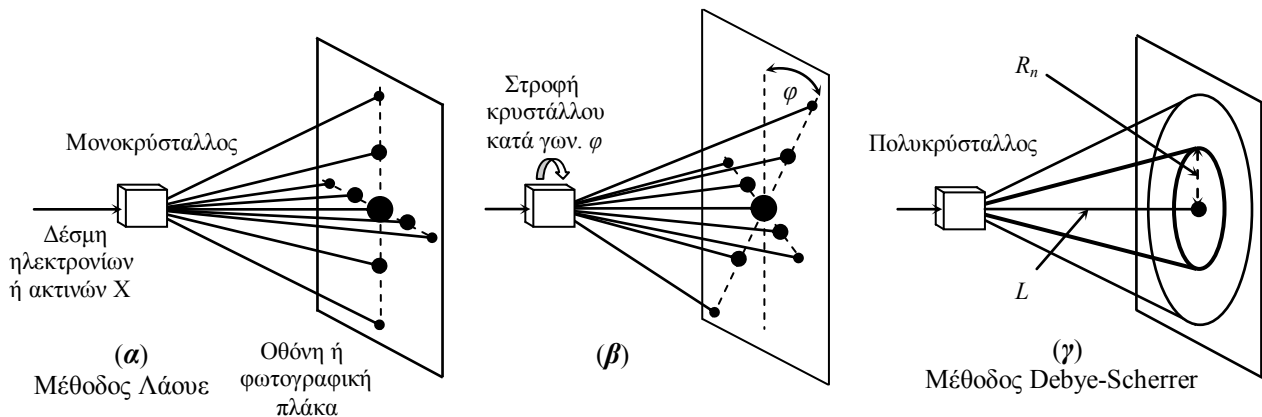
μονοκρυστάλλου” αντιμετωπίζεται στην τρίτη μέθοδο, η οποία προτάθηκε από τους Debye και Scherrer το 1916.

Οι δύο επιστήμονες πρότειναν νέα μέθοδο μέτρησης των αποστάσεων μεταξύ των κρυσταλλικών επιπέδων στους κρυστάλλους. Η μέθοδος *Debye-Scherrer* συνίσταται στη χρησιμοποίηση κρυσταλλικής κόνεως ή πολυκρυστάλλικου υλικού, αλλά για τη δημιουργία του αποτυπώματος εδώ είναι απαραίτητη η χρήση *μονοχρωματικής ακτίνας X*, το μήκος κύματος της οποίας είναι γνωστό με *μεγάλη ακρίβεια*.

Για κατανοήσουμε πώς δημιουργείται το αποτύπωμα της περίθλασης από ένα πολυκρυσταλλικό υλικό, είναι χρήσιμο να καταφύγουμε στο Σχ. 34.3. Έτσι, αν στη θέση του δοχείου με την κονία ή του πολυκρυστάλλου βρισκόταν ένας μονοκρυστάλλος, τότε το αποτύπωμα στην οθόνη θα ήταν κουκίδες σε κάποιες καθορισμένες θέσεις (Σχ. 34.3α). Σημειώνουμε ότι η στροφή όλου του κρυστάλλου κατά γωνία  $\varphi$ , γύρω από τον άξονα της προσπίπτουσας δέσμης, επιφέρει στροφή και του αποτυπώματος περίθλασης, επίσης κατά γωνία  $\varphi$ , όπως αυτό φαίνεται στο Σχ. 34.3β. Όταν όμως η ακτίνα X διαπερνά το δοχείο με *τυχαία προσανατολισμένους μικρόκοκκους κρυστάλλων* ή έναν *πολυκρυστάλλο*, τότε στη φωτογραφική πλάκα αποτυπώνεται, αντί για κουκίδες, η χαρακτηριστική *εικόνα ομόκεντρων κύκλων* (Σχ. 34.3γ), η διάμετρος των οποίων εξαρτάται από τη γωνία περίθλασης  $\theta$  κατά Bragg, την απόσταση μεταξύ των κρυσταλλικών επιπέδων  $d$ , την τάξη περίθλασης  $n$  και την απόσταση  $L$  μεταξύ της οθόνης και του πολυκρυστάλλου ή του δοχείου με την κονία.

Τα *μακροσκοπικά μεγέθη* που μετρώνται στη μέθοδο αυτή είναι η απόσταση  $L$  και η διάμετρος των κύκλων, για παράδειγμα, του μικρότερου, που του αντιστοιχεί  $n = 1$ . Η *μικροσκοπική απόσταση*  $d$  υπολογίζεται από τη σχέση Bragg, αλλά δεν πρέπει να ξεχνάμε ότι η μετρούμενη από το αποτύπωμα γωνία είναι γωνία μεταξύ προσπίπτουσας και περιθλώμενης ακτίνας, δηλαδή μετράμε τη  $2\theta$  και όχι τη  $\theta$ ! Επομένως, όταν η οθόνη είναι επίπεδη, η παράμετρος  $d$  υπολογίζεται από τις σχέσεις:

$$d = \frac{n\lambda_0}{2 \sin \theta} \quad \text{και} \quad \tan 2\theta = \frac{R_n}{L} \quad (34.10\alpha, \beta)$$



**Σχήμα 34.3.** Η μέθοδος Debye-Scherrer (γ) που χρησιμοποιείται και στην περίθλαση ηλεκτρονίων

Στην Άσκηση θα μετρηθεί η απόσταση  $d$ , μεταξύ των κρυσταλλικών επιπέδων του πολυκρυσταλλικό γραφίτη. Η μέθοδος είναι όμοια με αυτή των Debye – Scherrer, με διαφορά ότι εδώ, αντί για μονοχρωματική ακτίνα X χρησιμοποιείται λεπτή δέσμη ηλεκτρονίων, οι ενέργειες των οποίων είναι μερικές χιλιάδες eV. Και εδώ θεωρούμε ότι το μήκος κύματος Ντεμπρολή είναι γνωστό με μεγάλη ακρίβεια. Επίσης, αντί του όρου “μονοχρωματική ακτίνα X”, εδώ χρησιμοποιείται ο όρος “μονοκινητική δέσμη ηλεκτρονίων”, εννοώντας

με την φράση αυτή ότι η διασπορά στις κινητικές ενέργειες των ηλεκτρονίων είναι πολύ μικρή (~0,01%), επομένως είναι πολύ μικρή και η διασπορά στα μήκη κύματος Ντεμπρολή.

### 34.4. Περίθλαση ηλεκτρονίων σε λεπτό υμένιο από γραφίτη. Πειραματική διάταξη

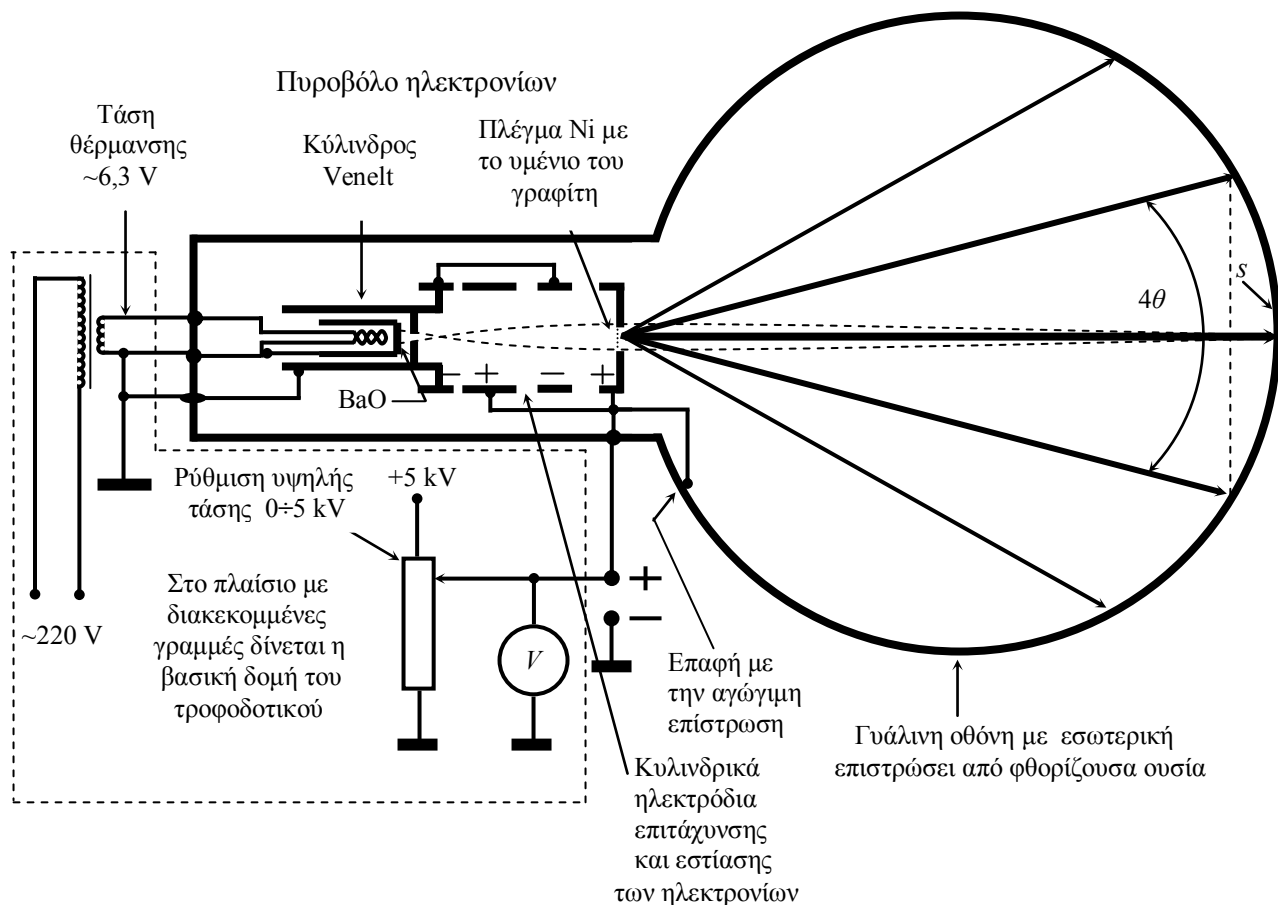
Η πειραματική διάταξη αποτελείται από μία ειδική ηλεκτρονική λυχνία υψηλού κενού και το τροφοδοτικό που παρέχει τις αναγκαίες τάσεις στα διάφορα μέρη της λυχνίας.

#### 34.4.1. Ηλεκτρονική λυχνία περίθλασης ηλεκτρονίων

Τα σπουδαιότερα μέρη της λυχνίας (Σχ. 34.4) είναι:

- α) το πυροβόλο ηλεκτρονίων
- β) το λεπτότατο υμένιο του πολυκρυσταλλικού γραφίτη, μόλις 200 Å, που είναι τοποθετημένο πάνω σε λεπτό πλέγμα από νικέλιο
- γ) σφαιρική οθόνη με επίστρωση από φθορίζουσα ουσία (ZnS) που κάνει ορατή την εικόνα περίθλασης στην οθόνη της λυχνίας.

Προηγουμένως δείξαμε ότι σε ενδοατομικές αποστάσεις της τάξης 1 Å, για την περίθλαση ηλεκτρονίων είναι κατάλληλες οι ενέργειες της τάξης 100 eV. Πλην όμως τα ηλεκτρόνια αυτά δεν είναι σε θέση να διαπεράσουν το υμένιο με πάχος 200 Å (έχουν μικρότερη διαδρομή στο υλικό). Επίσης, η φθορίζουσα ουσία της οθόνης εκπέμπει αρκετό φως μόνο όταν οι ενέργειες των ηλεκτρονίων που τη βομβαρδίζουν είναι άνω των 500 eV. Αυτός είναι ο λόγος για τον οποίο στο πείραμα χρησιμοποιούνται ηλεκτρόνια με ενέργειες 2-4 keV.



Σχήμα 34.4. Ηλεκτρονική λυχνία περίθλασης ηλεκτρονίων

#### **34.4.2. Πυροβόλο ηλεκτρονίων της λυχνίας**

Η κατασκευή και η ρύθμιση του πυροβόλου αποσκοπεί στο να διασφαλιστεί ο βομβαρδισμός του υμενίου με πλατιά δέσμη ηλεκτρονίων, ώστε να αποτραπεί η καταστροφή του, καθώς επίσης και η μετέπειτα εστίαση της δέσμης στη σφαιρική οθόνη της λυχνίας (Σχ. 34.4).

Απέναντι από το πυροβόλο, η εσωτερική επιφάνεια της σφαίρας είναι καλυμμένη με φθορίζουσα ουσία από θειούχο ψευδάργυρο, ZnS, η οποία φθορίζει έντονα όταν αυτή βομβαρδίζεται με ηλεκτρόνια. Με τη μέθοδο αυτή γίνεται ορατή η εικόνα της περίθλασης στην οθόνη από ZnS. Επομένως εδώ η χρήση της φωτογραφικής πλάκας είναι περιττή.

Στο πυροβόλο, τα ηλεκτρόνια παράγονται θερμιονικά. Η πηγή ηλεκτρονίων ή η κάθοδος αποτελείται από ένα λεπτό στρώμα οξειδίου του βαρίου, BaO, η επιφάνεια του οποίου εκπέμπει ηλεκτρόνια όταν το οξύδιο θερμαίνεται στους 1100 °K. Το οξειδίου βρίσκεται στην επιφάνεια της βάσης ενός μικρού κυλίνδρου, από νικέλιο, που θερμαίνεται εσωτερικά με ένα θερμαντικό στοιχείο τύπου σπιδάλ. Η ενεργός τιμή της εναλλασσόμενης τάσης θέρμανσης είναι 6,3 V. Η κάθοδος του πυροβόλου είναι γειωμένη, επομένως το δυναμικό της θεωρείται μηδέν.

Το πυροβόλο ηλεκτρονίων αποτελείται από πέντε ηλεκτρόδια:

1. την κάθοδο
2. τον Κύλινδρο Venelt
3. το πρώτο ηλεκτρόδιο επιτάχυνσης, σε μορφή κοίλου κυλίνδρου
4. το δεύτερο ηλεκτρόδιο μερικής επιβράδυνσης (εστίασης), και αυτό σε μορφή κοίλου κυλίνδρου
5. τέλος, το τελευταίο, το τρίτο ηλεκτρόδιο επιτάχυνσης, σε μορφή δίσκου με οπή, καλυμμένη με λεπτό πλέγμα από νικέλιο, πάνω στο οποίο βρίσκεται το λεπτό (200 Å) υμένιο από γραφίτη.

Ο κύλινδρος που περιβάλλει την κάθοδο και έχει ένα μικρό άνοιγμα απέναντι από το κέντρο της ονομάζεται Κύλινδρος Venelt. Σε άλλες πειραματικές διατάξεις, όπως, για παράδειγμα, στο πυροβόλο του παλμογράφου, στο ηλεκτρόδιο αυτό εφαρμόζεται αρνητική τάση 20-50 V (ως προς την κάθοδο) και έτσι ελέγχεται η ένταση του ρεύματος του πυροβόλου. Στην παρούσα λυχνία η δυνατότητα αυτή δεν υπάρχει και επομένως εδώ το ρεύμα του πυροβόλου (200 μΑ) το δημιουργεί η μηδενική τάση στον κύλινδρο Venelt.

Στη λυχνία της Άσκησης η υψηλή τάση μεταβάλλεται από 2000 έως 4000 V. Γενικά, για να είναι η εικόνα στην οθόνη πάντα εστιασμένη, η μεταβολή της υψηλής τάσης επιβάλλει μεταβολή και της αρνητικής τάσης στον κύλινδρο Venelt. Δυστυχώς, στη λυχνία της Άσκησης η δυνατότητα αυτή δεν υπάρχει καθώς ο Κύλινδρος Venelt είναι μόνιμα γειωμένος. Η κατάσταση αυτή προκαλεί κακή εστίαση της δέσμης στην επιφάνεια της οθόνης.

#### **34.4.3. Κινητικές ενέργειες των ηλεκτρονίων**

Τα ηλεκτρόνια επιταχύνονται εντός του πυροβόλου, στο διάστημα κάθοδος-τελευταίο ηλεκτρόδιο του πυροβόλου, στο οποίο βρίσκεται το υμένιο και εφαρμόζεται η υψηλή τάση. Οι ενέργειες των ηλεκτρονίων που βομβαρδίζουν το υμένιο, σε eV, είναι όσο και η διαφορά δυναμικού, κάθοδος-τελευταίο ηλεκτρόδιο του πυροβόλου και δεν εξαρτάται από τα δυναμικά που έχουν τα ενδιάμεσα ηλεκτρόδια, αρκεί τα δυναμικά τους να μην “μπλοκάρουν” τη δέσμη. Επομένως, για να μετρήσουμε τις ενέργειες των ηλεκτρονίων, αρκεί να μετρήσουμε την υψηλή τάση που εφαρμόζεται στο τελευταίο ηλεκτρόδιο του πυροβόλου.

Το πάχος του υμενίου είναι μόλις 200 Å<sup>0</sup>. Διαδρομή σε υλικό, της τάξης 200 Å, έχουν τα ηλεκτρόνια με ενέργειες μεγαλύτερες από 500 eV. Έτσι, όταν οι ενέργειες των ηλεκτρονίων είναι 2000-4000 eV, τα ηλεκτρόνια διαπερνούν το υμένιο και συγκρούονται με τη φθορίζουσα ουσία της οθόνης με αυτές τις ενέργειες. Επομένως το πείραμα της Άσκησης ανήκει στην κατηγορία πειραμάτων *διέλευσης* και όχι *ανάκλασης*. Η ανάκλαση των ηλεκτρονίων από τα κρυσταλλικά επίπεδα όντως λαμβάνει χώρα, αλλά τα πειράματα αυτά είναι άλλης κατηγορίας και εξετάζονται περιληπτικά στο Παράρτημα 2.

#### **34.4.4. Αγώγιμη επίστρωση στην εσωτερικής επιφάνειας της οθόνης**

Η εσωτερική επιφάνεια της γυάλινης οθόνης φορτίζεται με ηλεκτρικά φορτία, όταν βομβαρδίζεται με ηλεκτρόνια. Αν δεν ληφθούν κάποια μέτρα, η φόρτιση αυτή θα επηρεάσει έντονα και θα παραμορφώσει, κατά τρόπο μη προβλέψιμο, τις τροχιές των ηλεκτρονίων και την εστίαση της δέσμης. Τα φαινόμενα αυτά

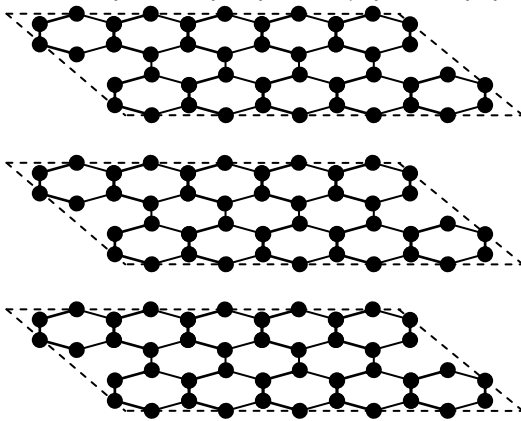
εξαλείφονται όταν η εσωτερική επιφάνεια του γυαλιού γίνεται ηλεκτρικά αγωγίμη. Η προαναφερθείσα αγωγιμότητα επιτυγχάνεται με επίστρωση της εσωτερικής επιφάνειας της σφαίρας με ένα λεπτό στρώμα χλωριούχου κασσίτερου, το οποίο, μεταξύ άλλων, είναι διαφανές. Επιπλέον, το αγωγίμο στρώμα προστατεύει το εσωτερικό της σφαίρας από τα εξωτερικά ηλεκτρικά πεδία που παράγουν τα διάφορα αντικείμενα που βρίσκονται κοντά στη σφαίρα (καλώδια συνδεσμολογία, χέρια κ.λ.π.).

Μεριμνάτε επίσης η εσωτερική επιφάνεια της λυχνίας να έχει ίδιο ηλεκτρικό δυναμικό με αυτό του πλέγματος νικελίου, πάνω στο οποίο βρίσκεται το υμένιο του γραφίτη. Συνεπώς, στο σφαιρικό μέρος της λυχνίας δεν υπάρχουν και δεν δημιουργούνται ηλεκτρικά πεδία, οπότε τα περιθλώμενα ηλεκτρόνια κινούνται ελεύθερα και ευθύγραμμα, δίχως να επηρεάζεται η κίνησή τους. Τέλος, τη φθορίζουσα ουσία την εναποθέτουν επάνω στην αγωγίμη επίστρωση, στην εσωτερική επιφάνεια της σφαίρας, απέναντι από το πυροβόλο.

### 34.4.3. Ο πολυκρυσταλλικός γραφίτης

#### 34.4.3.1. “Κρυσταλλικά επίπεδα” του πολυκρυσταλλικού γραφίτη

Ο γραφίτης είναι κρύσταλλος άνθρακα με έντονη ανισοτροπία των ιδιοτήτων του. Η ανισοτροπία αυτή οφείλεται στην εσωτερική του δομή, επειδή κρυσταλλώνεται σε λεπτά επίπεδα φύλλα, ατομικών



διαστάσεων, όπου στα φύλλα αυτά τα άτομα είναι διατεταγμένα στις κορυφές μίας εξάγωνης κυψέλης. Στον κρύσταλλο του γραφίτη, τα λεπτά αυτά φύλλα απέχουν μεταξύ τους περίπου τριπλάσια απόσταση (βλ. διπλανό σχήμα) από ότι τα άτομα στην κυψέλη. Συνέπεια αυτού είναι τα φύλλα να συνδέονται μεταξύ τους με ασθενής δυνάμεις. Έτσι, η τρισδιάστατη δομή του κρυστάλλου πολύ εύκολα καταστρέφεται και ο πολυκρυσταλλικός γραφίτης ουσιαστικά αποτελείται από μεγάλο αριθμό πολύ λεπτών φύλλων, που είναι τυχαία προσανατολισμένα στον χώρο.

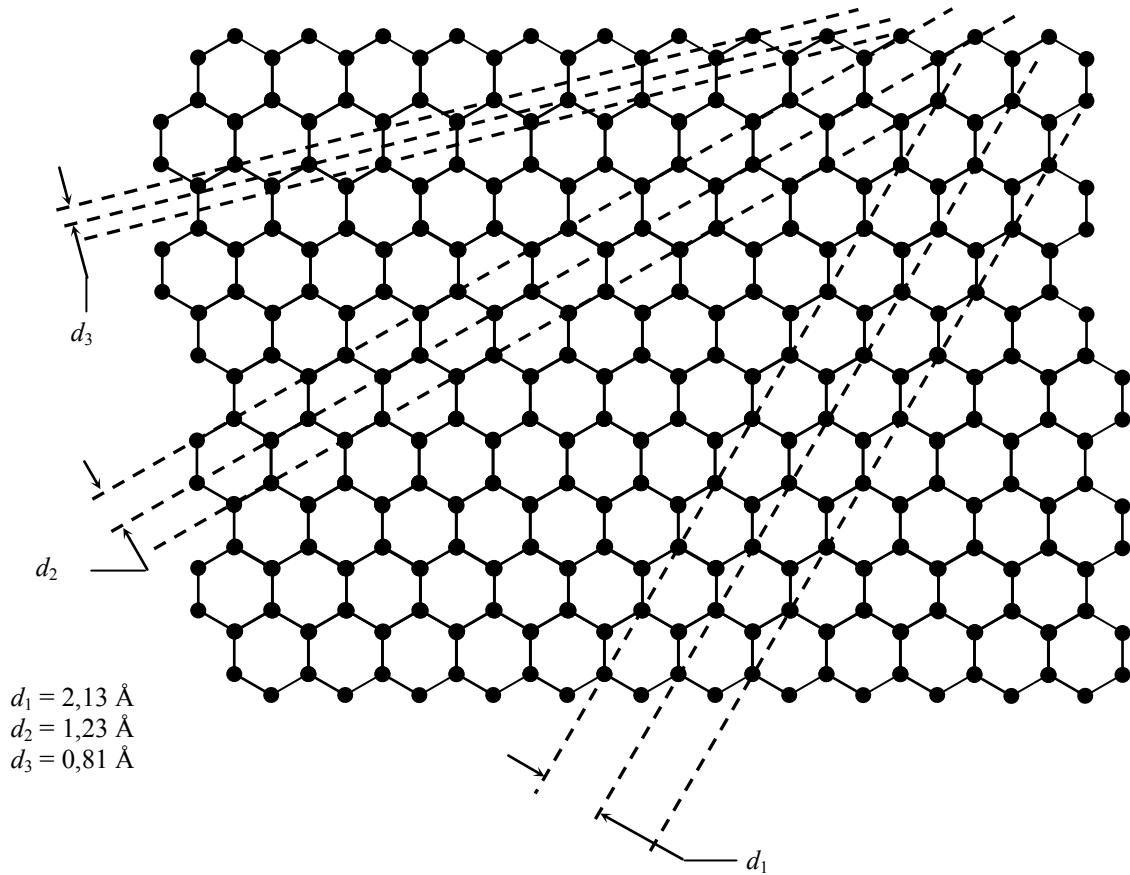
Γενικότερα, το φαινόμενο της περίθλασης λαμβάνει χώρα όταν το κύμα προσπίπτει πάνω σε μία χωρική

περιοδικότητα (περιοδικότητα στον χώρο) με περίοδο  $d$ , που το σκεδάζει, όπως, για παράδειγμα, είναι η επιφάνεια του οπτικού φράγματος, του C.D. κ.λ.π.

Στο Σχ. 34.5, στην επιφάνεια του λεπτού φύλλου του γραφίτη είναι χαραγμένες τρεις τέτοιες χωρικές περιοδικότητες, με περίοδο  $d_1$ ,  $d_2$  και  $d_3$ , οι οποίες θα δώσουν την αντίστοιχη εικόνα περίθλασης, όμοια με αυτή που δίνουν τα κρυσταλλικά επίπεδα στους μονοκρυστάλλους. Εδώ οι περιοδικότητες στον χώρο δημιουργούνται όχι από κρυσταλλικά επίπεδα, αλλά από ευθύγραμμες και επομένως μονοδιάστατες διατάξεις ατόμων, ωστόσο με διαφορετική πυκνότητα ατόμων σε αυτές. Αυτός είναι ο λόγος για τον οποίον στο κείμενο που ακολουθεί, η φράση “κρυσταλλικό επίπεδο”, θα γράφεται με εισαγωγικά. Στην επιφάνεια του λεπτού φύλλου του γραφίτη μπορούμε να χαράξουμε και άλλες μονοδιάστατες περιοδικότητες ατόμων, όμοιες με αυτές που βλέπουμε στο Σχ. 34.5, πλην όμως η πυκνότητα των ατόμων σε αυτές θα είναι ακόμη πιο μικρή.

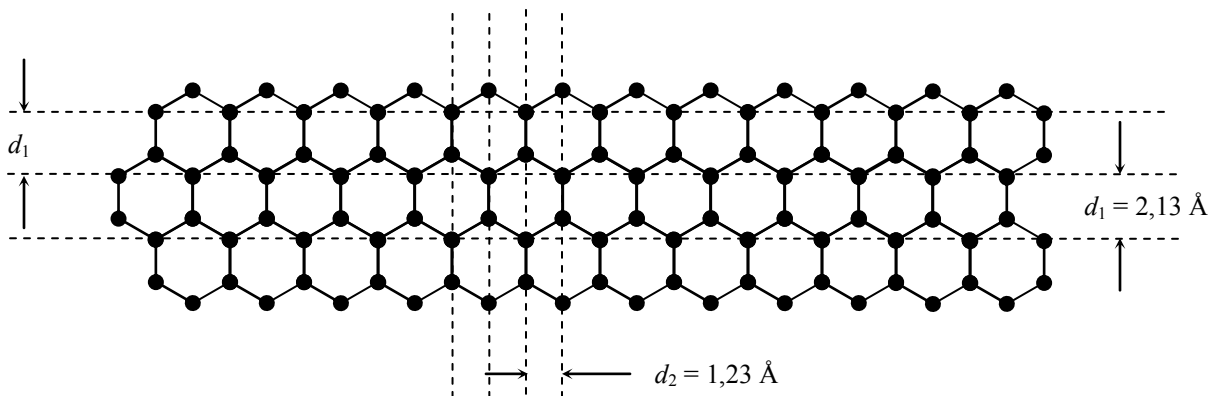
Γιατί εδώ γίνεται λόγος για την πυκνότητα των ατόμων στη μονοδιάστατη διάταξη ατόμων (“κρυσταλλικά επίπεδα”); Ο λόγος είναι απλός: η σκέδαση των ηλεκτρονίων γίνεται από τα άτομα της διάταξης και όχι από την νοητή επιφάνεια του “κρυσταλλικού επιπέδου”. Επομένως από την πυκνότητα των ατόμων (άτομα ανά μονάδα επιφάνειας) εξαρτάται η ένταση της περιθλώμενης ακτίνας, η οποία είναι ανάλογη του αριθμού των ατόμων που σκεδάζουν την προσπίπτουσα δέσμη.

Καθώς, για παράδειγμα, στο τρίτο “κρυσταλλικό επίπεδο” (Σχ.34.5), με περίοδο (διάστημα)  $d_3$ , η γραμμική πυκνότητα των ατόμων είναι περίπου 7 φορές μικρότερη από τις άλλες δύο, η περίθλαση από το “επίπεδο” αυτό αναμένεται να είναι 49 φορές ασθενέστερη. Πράγματι, στη συσκευή της Άσκησης, η περίθλαση από την τρίτη περιοδικότητα (τρίτο “πλεγματοειδές επίπεδο”) είναι τόσο ασθενής, που δεν διακρίνεται.



**Σχήμα 34.5.** Μερικές μονοδιάστατες χωρικές περιοδικότητες ατόμων στο φύλλο του γραφίτη

Στο Σχήμα 34.6 δίνονται δύο κατηγορίες “κρυσταλλικών επιπέδων” με τη μεγαλύτερη πυκνότητα ατόμων στα φύλλα του γραφίτη. Στην πρώτη κατηγορία τα “επίπεδα” απέχουν  $1,23 \text{ \AA}$ , ενώ στη δεύτερη απέχουν  $2,13 \text{ \AA}$ . Επομένως τα “επίπεδα” αυτά αναμένουμε να δώσουν τους πιο έντονους κύκλους περίθλασης στην οθόνη της λυχνίας.



**Σχήμα 34.6.** Δύο χωρικές περιοδικότητες (“κρυσταλλικά επίπεδα”) με μεγάλη πυκνότητα ατόμων



#### 34.4.4. Εικόνα περίθλασης στην οθόνη της λυχνίας

Κατά τη διάρκεια του πειράματος, στο κέντρο της οθόνης διακρίνεται μία έντονη φωτεινή κηλίδα, καθώς και δύο ομόκεντροι κύκλοι, θολοί και δίχως ευδιάκριτα όρια. Επίσης, όλη η επιφάνεια της φθορίζουσας ουσίας φθορίζει ομοιόμορφα με αμυδρό πράσινο φως.

*Ερμηνεία.*

1. Η έντονη πράσινη φωτεινή κηλίδα στο κέντρο της οθόνης προκαλείται από τα ηλεκτρόνια που διαπέρασαν το υμένιο του γραφίτη ευθύγραμμα και δίχως απορρόφηση ή σκέδαση.
2. Το αμυδρό πράσινο φως που ομοιόμορφα καλύπτει όλη την επιφάνεια της φθορίζουσας ουσίας προκαλείται από τα ηλεκτρόνια που υπέστησαν πολλές διαδοχικές σκεδάσεις εντός του υμενίου και επομένως εξέρχονται από αυτό ομοιόμορφα προς όλες τις κατευθύνσεις.
3. Οι δύο ομόκεντροι κύκλοι αντιστοιχούν στην περίθλαση πρώτης τάξης ( $n = 1$ ), από τα δύο “κρυσταλλικά επίπεδα” που έχουν τη μεγαλύτερη πυκνότητα ατόμων και περιοδικότητες  $d_1$  και  $d_2$  (Σχ. 34.5, Σχ. 34.6). Οι κύκλοι των ανώτερων τάξεων δεν διακρίνονται. Αν το πείραμα γινόταν με ακτίνες X, που δεν απορροφώνται και δεν σκεδάζονται έντονα από το δοκίμιο, θα διακρινόταν και οι κύκλοι περίθλασης των ανωτέρων τάξεων, που τους αντιστοιχεί  $n = 2, 3$  κ.λ.π. Όμως τα ηλεκτρόνια απορροφώνται και σκεδάζονται από το δοκίμιο πολύ πιο έντονα. Στην πράξη, αυτό επιβάλλει μικρό πάχος του υμενίου, μόλις 200 Å. Από το μικρό πάχος προκύπτει μικρός αριθμός “κρυσταλλικών επιπέδων” που συμμετέχουν στην περίθλαση, οπότε είναι μικρή η έντασή τους κ.ο.κ. Αν προσθέσουμε και την κακή εστίαση της δέσμης στη λυχνία, γίνεται κατανοητό, γιατί στην οθόνη δεν διακρίνονται οι κύκλοι ανωτέρων τάξεων περίθλασης. *Επομένως, στην Άσκηση, στην επεξεργασία των πειραματικών δεδομένων, για τα δύο “κρυσταλλικά επίπεδα”, στη σχέση Bragg  $n = 1$ !*

#### 34.5. Μέθοδος

Βάση της μεθόδου αποτελούν η σχέση Bragg και η σχέση για το μήκος κύματος Ντεμπρολί:

$$2d \sin \theta = n\lambda_U \quad \text{και} \quad \lambda_U = \frac{12,25}{\sqrt{U}} \text{ \AA},$$

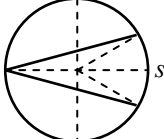
όπου  $n = 1$  και  $U$  είναι η τάση επιτάχυνσης των ηλεκτρονίων στο πυροβόλο.

Από τις σχέσεις αυτές προκύπτει η σχέση

$$\frac{6,125}{\sin \theta} = d\sqrt{U_i}, \quad (34.11)$$

η οποία είναι βασική στην εργασία αυτή.

Από τις ιδιότητες της επίκεντρης και εγγεγραμμένης γωνιών που έχουν το ίδιο τόξο σε έναν κύκλο (βλ. σχήμα) προκύπτει ότι για τη γωνία περίθλασης  $\theta$ , το μήκος του τόξου  $s$  και της ακτίνας της σφαίρας  $R_0$  (βλ. Σχ. 34.4), ισχύει η σχέση:

$$s = 8\theta R_0 = 8\theta \frac{D_0}{2}, \quad (34.12)$$


όπου  $D_0$  ( $135 \pm 2$  mm) είναι η διάμετρος της γυάλινης σφαίρας. Επομένως η γωνία περίθλασης (σε ακτίνια) μπορεί να υπολογιστεί από τη σχέση

$$\theta = \frac{s}{4D_0} \text{ (rad)} \quad (34.13)$$

Τέλος, ο πειραματικός έλεγχος της υπόθεσης de Broglie συνίσταται στην διαπίστωση ότι η γραφική παράσταση των μεγεθών  $y_i$  ( $y_i = 6,125/\sin\theta_i$ ), συναρτήσει των  $x_i$  ( $x_i = \sqrt{U_i}$ ), παριστάνει μία ευθεία με κλίση  $d$ . Επομένως η μέτρηση της κλίσης της πειραματικής ευθείας μας παρέχει τη δυνατότητα μέτρησης της κρυσταλλογραφικής σταθεράς  $d$ , της εξάγωνης κυψελίδας των ατόμων στα φύλλα του γραφίτη.

## Βιβλιογραφία

1. *Μαθήματα Φυσικής Πανεπιστημίου Berkeley*, Τόμος 4ος, *Κβαντική Φυσική*, ΕΜΠ, Αθήνα 1978, σελ. 198.
2. D. Halliday and Resnik, *Φυσική, Μέρος Β'*, Εκδ. Γ. Πνευματικός, Αθήνα 1976, Κεφ. 48.
3. C. Kittel, *Introduction to Solid State Physics*, John Wiley and Sons Inc, 1957.
4. Serway, Moses and Moyer, *Modern Physics*, Saunders College Publ.

### 34.6. Εκτέλεση

**Προσοχή!** Στην Άσκηση χρησιμοποιείται τάση έως 5000 βολτ, εν γένει επικίνδυνη για τη ζωή. Για τον λόγο αυτό ο σπουδαστής δεν συμμετέχει στη συναρμολόγηση του ηλεκτρικού κυκλώματος της Άσκησης αλλά βρίσκει το κύκλωμα συναρμολογημένο. Ελέγχοντας πρώτα εάν το τροφοδοτικό είναι κλειστό, ο σπουδαστής αναγνωρίζει τα διάφορα μέρη του κυκλώματος και ελέγχει εάν το κύκλωμα είναι συναρμολογημένο σωστά. Σε περίπτωση έστω υπόνοιας για κάποιο λάθος, αμέσως καλέστε τον υπεύθυνο επιβλέποντα της Άσκησης. Το τροφοδοτικό που παράγει την υψηλή τάση τίθεται σε λειτουργία μόνο μετά τη σχετική άδεια από τον επιβλέποντα.

*Σημείωση.* Η κατασκευάστρια εταιρεία φρόντισε το τροφοδοτικό υψηλής τάσης “κατά κάποιον τρόπο” να είναι ασφαλές. Σκόπιμα, η τάση εξόδου δεν ελέγχεται με αρνητική ανάδραση και έτσι το κύκλωμα παραγωγής υψηλής τάσης (ανόρθωση της εναλλασσόμενης υψηλής τάσης ενός ταλαντωτή 50 kHz) παύει να λειτουργεί (παύει να ταλαντώνεται ο ταλαντωτής) όταν το ρεύμα κατανάλωσης από το τροφοδοτικό τείνει να υπερβεί τα 3 mA. Επιπλέον, η χωρητικότητα των πυκνωτών εξομάλυνσης της υψηλής τάσης είναι μικρή, μόλις 10 nF. Παρά ταύτα, συνιστάται η μεταβολή της υψηλής τάσης και όποιες άλλες ρυθμίσεις να γίνονται με το δεξί χέρι (για τους δεξιόχειρους). Αλλά για κάθε ενδεχόμενο, φροντίστε το άλλο χέρι να μην εγγίζει κανένα μεταλλικό αντικείμενο, είτε αυτό είναι κάποιο γειωμένο μεταλλικό κουτί των οργάνων ή του κυκλώματος της Άσκησης, είτε οποιοδήποτε άλλο μεταλλικό αντικείμενο του κτιρίου (π.χ. καλοριφέρ, σωληνώσεις κ.λ.π.), αλλά ακόμη και τον τοίχο του κτιρίου, όταν αυτός είναι υγρός.

1. Θέσατε σε λειτουργία το τροφοδοτικό της Άσκησης. Αναμένατε 2-3 λεπτά έως ότου η κάθοδος της λυχνίας αποκτήσει τη σωστή θερμοκρασία.

2. Αυξάνοντας την υψηλή τάση επιτάχυνσης των ηλεκτρονίων (φροντίστε το σφάλμα ανάγνωσης της τάσης να είναι 0), για διάφορες τιμές  $U_i$ , μετρήστε τα μεγάλα τόξα  $s_1$  και  $s_2$  των δύο ομόκεντρων κύκλων που σχηματίζονται στην οθόνη της λυχνίας. Η πρώτη μέτρηση γίνεται στα 2000 V, ενώ η τελευταία, στα 4100 V, με βήμα 300 V. Σκεφθείτε μεθόδους μέτρησης των τόξων που ελαχιστοποιούν το σφάλμα ανάγνωσης.

3. Επαναλάβετε τις μετρήσεις του βήματος 2, αλλά τώρα σε αντίστροφη σειρά τιμών της υψηλής τάσης, αρχίζοντας από την τάση 4100 V.

4. Εκτιμήστε και σημειώστε τα σφάλματα στις μετρήσεις των τόξων  $s_i$  και των τάσεων  $U_i$ .

### 34.7. Επεξεργασία των μετρήσεων

1. Για τις τιμές της τάσης που εφαρμόσατε στην άνοδο του πυροβόλου  $U_i$ , συμπληρώστε τον Πίνακα 1, όπου  $\lambda_i$  είναι το αντίστοιχο μήκος κύματος Ντεμπρολή.
2. Για τους δύο κύκλους περίθλασης, καταχωρίστε στον Πίνακα 2 τις μέσες τιμές των τόξων  $s_i$ , των  $\theta_i$ ,  $6,125/\sin\theta_i$  και  $\sqrt{U_i}$ .

3. Σχεδιάστε, στο ίδιο χαρτί μιλιμετρέ, τις δύο γραμμικές γραφικές παραστάσεις που αποδίδουν τις σχέσεις  $6,125/\sin \theta_i = d\sqrt{U_i}$  (για μεταβλητή  $x$  επιλέγουμε αυτή που έχει μηδενική διασπορά, δηλαδή  $\sigma_x = 0$ ).
4. Με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων, υπολογίστε τις κλίσεις των δύο γραφικών παραστάσεων καθώς και τα σφάλματά τους.
5. Από τις κλίσεις των ευθειών, υπολογίστε τις αποστάσεις των “κρυσταλλικών επιπέδων”  $d_1$  και  $d_2$ , της εξάγωνης κυψελίδας στα φύλλα του γραφίτη. Υπολογίστε επίσης και τα σφάλματά τους.

Πίνακας 1

$U_i$	$\sqrt{U_i}$	$\lambda_i$	$s_1$	$s_2$

Πίνακας 2

$\bar{s}_i$	$\bar{\theta}_i$	$\frac{6,125}{\sin \theta_i}$	$\sqrt{U_i}$
8 τιμές μικρού κύκλου			
8 τιμές μεγάλου κύκλου			

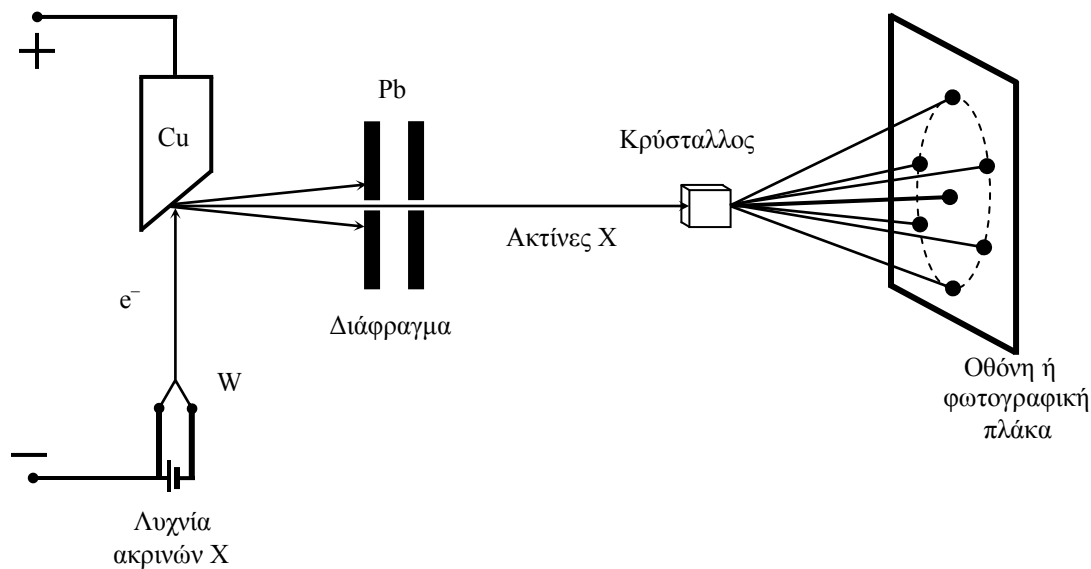
## Παραρτήματα

### Παράρτημα 1

#### 1. Περίθλαση ακτίνων X

Καθώς το θέμα αυτό δεν φωτίζεται σε κάποια άλλη Άσκηση, είναι χρήσιμο να εξετάσουμε την περίθλαση ακτίνων X, εν γένει, καθώς αποτελεί πολύ χρήσιμη μέθοδο της Πειραματικής Φυσικής.

Στο Σχ. 34.7 παρουσιάζεται η πειραματική διάταξη για τη μελέτη της περίθλασης ακτίνων X. Η ακτίνες X παράγονται στο εσωτερικό μίας ειδικής ηλεκτρονικής λυχνίας υψηλής τάσης 40-60 kV (δίοδος κενού). Στο εσωτερικό αυτής της λυχνίας δημιουργείται υψηλό κενό. Η ακμή ενός λεπτού σύρματος από W (Βολφράμιο), σε σχήμα V,



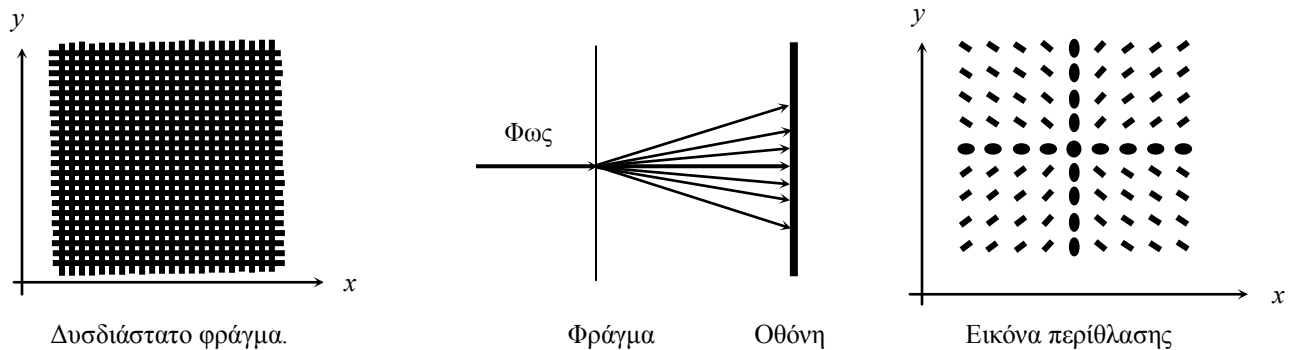
Σχήμα 34.7. Πειραματική διάταξη μελέτης της περίθλασης ακτίνων X

θερμαίνεται στους 2500 °K. Αυτή είναι η κάθοδος. Από την επιφάνεια της θερμής ακμής θερμοϊκικά ελευθερώνονται στο κενό ηλεκτρόνια, τα οποία επιταχύνονται προς το θετικό ηλεκτρόδιο (άνοδος) και συγκρούονται με αυτό υπό γωνία 45° και ενέργειες 40-60 keV. Η ακτίνες X εκπέμπονται κάθετα προς τη διεύθυνση πέδησης των ηλεκτρονίων, κατά τη σύγκρουση. Η πέδηση γίνεται στο υλικό της ανόδου, σε διαδρομή μερικών Angstrom, λίγο πριν το ταχύ ηλεκτρόνιο συγκρουστεί με ένα από τα ηλεκτρόνια των εσωτερικών ηλεκτρονικών φλιών του ατόμου (χαλκού), δηλαδή με ηλεκτρόνιο που είναι πολύ “δυνατά δεμένο” με το άτομο. Στο σχήμα, η ακτίνες X που εκπέμπονται “προς τα’ αριστερά”, απορροφούνται από το υλικό της ανόδου, ενώ αυτές που εκπέμπονται “προς τα’ δεξιά”, αξιοποιούνται.

Στο πείραμα, λεπτή δέσμη ακτινών X προσπίπτει στο δοκίμιο, το οποίο μπορεί να είναι κρύσταλλος, πολυκρυσταλλικό υλικό ή λεπτή κόνια από κρυστάλλους. Όταν μελετάται ένας κρύσταλλος, η δέσμη περιθλάται στο υλικό, οπότε στην οθόνη ή στη φωτογραφική πλάκα δημιουργείται μία χαρακτηριστική εικόνα περίθλασης, υπό μορφή διατεταγμένων κηλίδων (Σχ. 34.7). Η διάταξη των κηλίδων στο αποτύπωμα μονοσήμαντα εξαρτάται από τον προσανατολισμό του κρυστάλλου, το μήκος κύματος των ακτινών X, όπως και τις κρυσταλλογραφικές σταθερές του υλικού.

### 1.1. Περίθλαση φωτός σε δυσδιάστατα και τρισδιάστατα φράγματα

Η θεωρητική προσέγγιση των φαινομένων που παρατηρούνται σε δυσδιάστατα και τρισδιάστατα περιοδικά μορφώματα δόθηκε από τον Ράλεϊ, ο οποίος υπέδειξε μια σειρά γενικών κανόνων και μεθόδων που επιτρέπουν την ανάλυση του φαινομένου ακόμα και από μη περιοδικά φράγματα.



Σχήμα 34.8. Περίθλαση φωτός σε δυσδιάστατο φράγμα

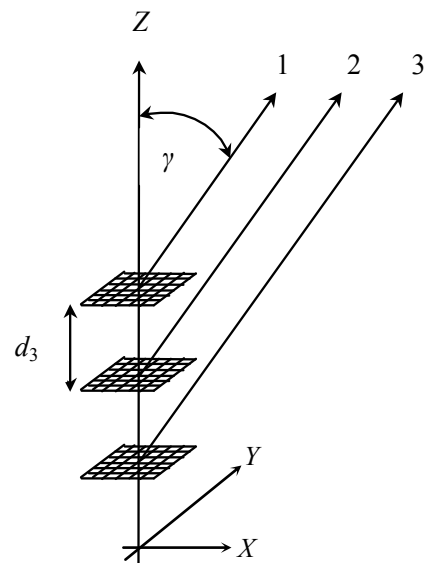
Απλούστερη είναι η περίπτωση όπου οι δύο περιοδικότητες είναι κάθετες μεταξύ τους και το φως προσπίπτει κάθετα στην επιφάνεια του δυσδιάστατου φράγματος. Το φράγμα αυτό μπορεί να κατασκευαστεί και με δύο μονοδιάστατα φράγματα, βάζοντας το ένα επάνω στο άλλο, με κάθετα προσανατολισμένες τις σχισμές (Σχ. 34.8).

Έστω ότι οι περιθλώμενες ακτίνες σχηματίζουν γωνίες  $\alpha$  και  $\beta$ , με τους άξονες  $X$  και  $Y$ , αντίστοιχα. Από τη θεωρία της περίθλασης σε μονοδιάστατα φράγματα γνωρίζουμε, ότι η ενισχυτική συμβολή δημιουργείται προς τη διεύθυνση που ικανοποιεί τους όρους:

$$\begin{aligned} \text{Όροι περίθλασης} & \begin{cases} d_1 \cos \alpha = \pm m_1 \lambda \\ d_2 \cos \beta = \pm m_2 \lambda \end{cases} \quad (34.11) \end{aligned}$$

$$\text{Όρος γεωμετρικός} \longrightarrow \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$$

όπου  $m_1$  και  $m_2$  είναι ακέραιοι αριθμοί: 1, 2, 3, 4, ...,  $d_1$  και  $d_2$  είναι



Σχήμα 34.9

η σταθερές περιοδικότητας στη διεύθυνση  $X$  και  $Y$ , αντίστοιχα.

Στα τρισδιάστατα φράγματα προστίθεται ακόμη ένας όρος, που οφείλεται στην περιοδικότητα του συστήματος στη διεύθυνση  $Z$ . Για να υπολογιστεί ο όρος αυτός, θεωρούμε το Σχ. 4.9. Έστω ότι το προσπίπτων φως διαδίδεται στη διεύθυνση  $Z$  και ότι στη διεύθυνση αυτή τα δυσδιάστατα φράγματα επαναλαμβάνονται με περίοδο  $d_3$ . Οι περιθλώμενες ακτίνες 1, 2, 3, συμβάλουν ενισχυτικά και στην τρίτη διεύθυνση, όταν η διαφορά δρόμων,  $d_3 - d_3 \cos \gamma$ , στις ακτίνες που περιθλώνται υπό γωνία  $\gamma$ , είναι  $m_3 \lambda$ , οπότε οι σχέσεις (34.11) συμπληρώνονται με μία ακόμη:

$$\begin{aligned} \text{Όροι περίθλασης} & \begin{cases} d_1 \cos \alpha = \pm m_1 \lambda \\ d_2 \cos \beta = \pm m_2 \lambda \\ d_3 (1 - \cos \gamma) = \pm m_3 \lambda \end{cases} \\ \text{Όρος γεωμετρικός} & \longrightarrow \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1 \end{aligned} \quad (34.12)$$

όπου  $m_1$ ,  $m_2$ , και  $m_3$  είναι ακέραιοι αριθμοί.

Οι σχέσεις (34.12) είναι *θεμελιώδους σημασίας* και καθορίζουν τις πειραματικές συνθήκες καθώς και την απαιτούμενη εργαστηριακή υποδομή για ένα επιτυχές πείραμα περίθλασης ακτινών  $X$  ή ηλεκτρονίων. Πράγματι, απαλείφοντας από τη (34.12) τις γωνίες  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ , έχουμε:

$$\frac{m_1^2 \lambda^2}{d_1^2} + \frac{m_2^2 \lambda^2}{d_2^2} + \frac{(d_3 - m_3 \lambda)^2}{d_3^2} = 1 \quad (34.13)$$

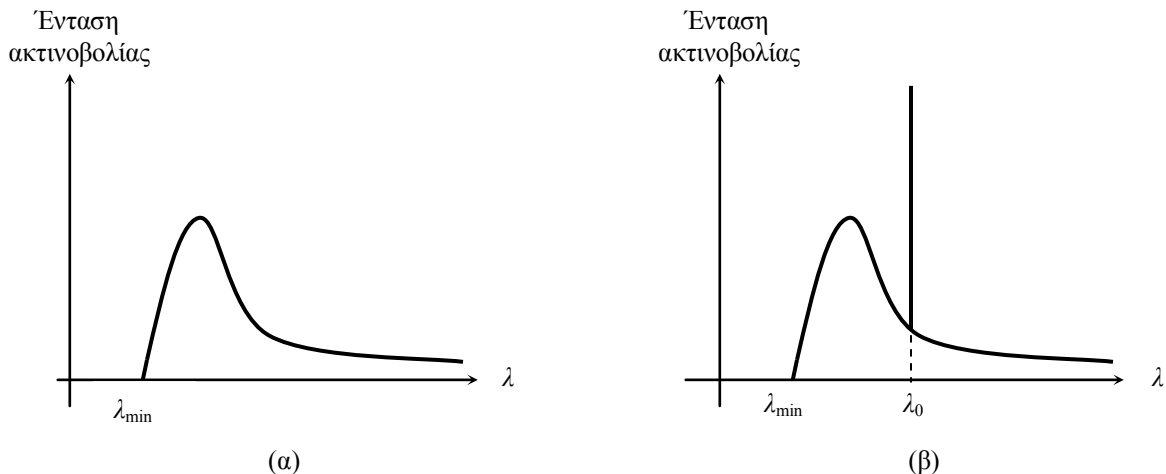
Βλέπουμε ότι, η περίθλαση λαμβάνει χώρα μόνο για τις τιμές που ικανοποιούν τη σχέση (34.13).

### 1.2. Ζητήματα εφαρμογών

Όπως είδαμε προηγουμένως, η ενισχυτική περίθλαση εκδηλώνεται μόνο σε ορισμένα μήκη κύματος που ικανοποιούν τη σχέση (34.13). Στην πειραματική πρακτική, οι κρυσταλλογραφικές σταθερές του κρυστάλλου κατά κανόνα είναι άγνωστες. Συνήθως, σκοπός του πειράματος είναι ο προσδιορισμός τους. Τότε τίθεται το ερώτημα: πώς καταγράφεται ή αποτυπώνεται η εικόνα της περίθλασης όταν οι σταθερές  $d_1$ ,  $d_2$  και  $d_3$  είναι άγνωστες; Η μέθοδος αποτύπωσης εξαρτάται από το είδος των ακτινών  $X$ .

### 1.3. Πηγή ακτινών $X$ συνεχούς φάσματος (λευκό φως)

Όταν οι σταθερές  $d_1$ ,  $d_2$  και  $d_3$  είναι άγνωστες, ο κρύσταλλος ακτινοβολείται με πηγή που εκπέμπει συνεχές



Σχήμα 34.10. Πηγή “λευκού φωτός” (α) και, “λευκού” συν μονοχρωματικού “φωτός”  $X$  (β).

(“λευκό”) φάσμα ακτινών X, όπως αυτό που δίνεται στο Σχ.34.10α. Εδώ, όποιες και να είναι οι σταθερές  $d_1, d_2, d_3$ , καθώς και οι ακέραιοι αριθμοί  $m_1, m_2, m_3$ , στο συνεχές φάσμα πάντα θα βρεθεί μία ακτίνα, το μήκος κύματος της οποίας ικανοποιεί τις σχέσεις (34.12) ή (34.13). Επομένως, για να δημιουργηθεί ένα αποτύπωμα περίθλασης ακτινών X από έναν μονοκρύσταλλο, το δοκίμιο πρέπει να ακτινοβολεί από λυχνία που εκπέμπει συνεχές φάσμα ακτινών X.

#### 1.4. Πηγή μονοχρωματικής ακτίνας X

Στο Σχ. 34.10β δίνεται το φάσμα μίας πηγής που παράγει συνεχές φάσμα καθώς επίσης και μία (ή περισσότερες) μονοχρωματική ακτίνα X, με συγκεκριμένο και γνωστό με μεγάλη ακρίβεια μήκος κύματος  $\lambda_0$ . Με διάφορα φίλτρα και εκλεπτυσμένες τεχνικές το συνεχές φάσμα αποκόπτεται και με τον τρόπο αυτό δημιουργείται η πηγή μονοχρωματικής ακτίνας X, που χρησιμοποιείται ευρύτατα στην κρυσταλλογραφία. Πως πετυχαίνει κανείς αποτύπωμα περίθλασης με τέτοια πηγή;

Από τις Σχέσεις (34.12) και (34.13) προκύπτει, ότι αυτό είναι σχεδόν αδύνατο. Η απάντηση μπορεί να βρεθεί αν γενικέψει κανείς τις σχέσεις (34.12) και (34.13). Πράγματι, οι σχέσεις αυτές υπολογίστηκαν για την απλή περίπτωση όταν η προσπίπτουσα δέσμη του φωτός σχημάτιζε γωνία  $90^\circ$  με τον άξονα X,  $90^\circ$  με τον άξονα Y και  $0^\circ$  με τον άξονα Z (κάθετη πρόσπτωση). Όταν οι αντίστοιχες γωνίες είναι  $\alpha_0, \beta_0$  και  $\gamma_0$ , οι σχέσεις (34.12) παίρνουν μορφή των όρων Λάουε:

$$\begin{aligned} \text{Όροι περίθλασης} & \begin{cases} d_1 (\cos \alpha - \cos \alpha_0) = \pm m_1 \lambda \\ d_2 (\cos \beta - \cos \beta_0) = \pm m_2 \lambda \\ d_3 (\cos \gamma - \cos \gamma_0) = \pm m_3 \lambda \end{cases} \\ \text{Όρος γεωμετρικός} & \longrightarrow \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1 \end{aligned} \quad (34.14)$$

Όπως βλέπουμε, στους όρους περίθλασης εισέρχονται και οι συνθήκες προσπτώσεις, δηλαδή οι γωνίες  $\alpha_0, \beta_0$  και  $\gamma_0$ . Αμέσως διακρίνεται η μέθοδος: ο κρύσταλλος πρέπει με κάποιον τρόπο να κινείται ή να περιστρέφεται.

Όταν ο κρύσταλλος τοποθετείται σε μία βάση που περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα  $\omega$ , κάποια χρονική στιγμή, το μήκος της μονοχρωματικής ακτίνας και οι γωνίες  $\alpha_0, \beta_0$  και  $\gamma_0$  ικανοποιούν τους όρους περίθλασης και, τη στιγμή αυτή, προς τις καθορισμένες θέσεις της φωτογραφικής πλάκας (γωνίες  $\alpha, \beta, \gamma$ ), εκπέμπεται στενός (στο χρόνο) παλμός ακτινών X. Επομένως, στη μέθοδο αυτή η φωτογραφική πλάκα ακτινοβολείται παλμικά, με συχνότητα που εξαρτάται από τη γωνιακή ταχύτητα  $\omega$ .

## Παράρτημα 2

### 2. Περίθλαση ηλεκτρονίων σε πειράματα ανάκλασης

#### 2.1. Δευτερογενής εκπομπή ηλεκτρονίων

Πριν εξετάσουμε τα πειράματα ανάκλασης, είναι σκόπιμο πρώτα να δούμε, έστω περιγραφικά, τα φαινόμενα που άπτονται τη σύγκρουση των ηλεκτρονίων με το στερεό.

Όταν μία δέσμη ηλεκτρονίων προσπίπτει στην επιφάνεια ενός στερεού, στο σημείο πρόσπτωσης, προς το κενό, εκπέμπονται ηλεκτρόνια. Πρόκειται για το φαινόμενο της *δευτερογενούς εκπομπής ηλεκτρονίων*. Οι αντίστοιχοι αγγλικοί όροι είναι *primary and secondary electrons* και *secondary electron emission*. Το φαινόμενο της δευτερογενούς εκπομπής παρατηρείται σε όλα τα υλικά, στα κρυσταλλικά και άμορφα, στα αγωγά, ημιαγωγά και στα διηλεκτρικά υλικά.

Η ένταση του φαινομένου χαρακτηρίζεται από τον συντελεστή δευτερογενούς εκπομπής  $\sigma$ :

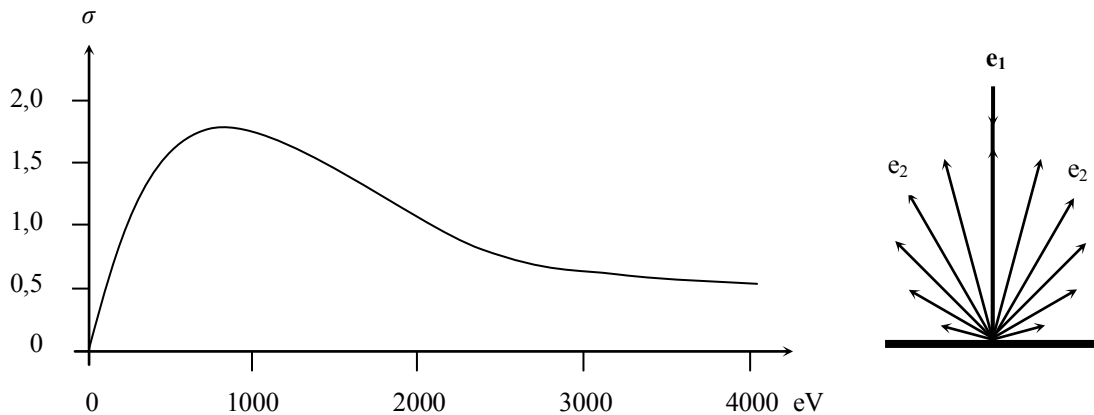
$$\sigma = \frac{i_2}{i_1} \quad (34.15)$$

όπου  $i_1$  είναι η ένταση του ρεύματος της προσπίπτουσας δέσμης και  $i_2$  είναι το συνολικό ρεύμα των ηλεκτρονίων της δευτερογενούς εκπομπής. Ο συντελεστής αυτός εξαρτάται από το υλικό, τις ενέργειες των ηλεκτρονίων, καθώς και από τη γωνία πρόσπτωσης. Όταν η γωνία πρόσπτωσης είναι  $90^0$  (κάθετη πρόσπτωση), στα μέταλλα, η εξάρτηση του συντελεστή  $\sigma$  από την ενέργεια είναι όπως αυτή που δίνεται στο Σχήμα 34.11, όπου στο ένθετο του σχήματος παρουσιάζεται και η γωνιακή εξάρτηση της εκπομπής. Βλέπουμε, ότι στα μέταλλα, σε ενέργειες  $\approx 1000$  eV,  $i_2 > i_1$  !

Στα διηλεκτρικά υλικά η καμπύλη  $\sigma = f(V)$  είναι όμοια, αλλά ο συντελεστής δευτερογενούς εκπομπής είναι περίπου 10 φορές μεγαλύτερος. Στις εφαρμογές, η ιδιότητα αυτή αξιοποιείται στους πολλαπλασιαστές ηλεκτρονίων και στους φωτοπολλαπλασιαστές (Photomultipliers). Εκεί όπου η δευτερογενής εκπομπή είναι ανεπιθύμητη, την πατάσσουν με επικαλύψεις από λεπτά υμένα υλικών που έχουν μικρό συντελεστή  $\sigma$ , όπως, για παράδειγμα, είναι ο γραφίτης ( $\sigma_{\max} = 0,4$ ).

## 2.2. Ενεργειακή κατανομή των ηλεκτρονίων της δευτερογενούς εκπομπής

Για τον σωστό πειραματικό χειρισμό του φαινομένου περίθλασης απαραίτητη είναι και η γνώση της ενεργειακής κατανομής των ηλεκτρονίων της δευτερογενούς εκπομπής. Η ενεργειακή κατανομή δίνεται στο Σχ.34.12. Αμέσως διακρίνονται τρεις περιοχές, που σημαίνει ότι η δευτερογενής εκπομπή δημιουργείται από τρεις ξεχωριστές ομάδες ηλεκτρονίων.



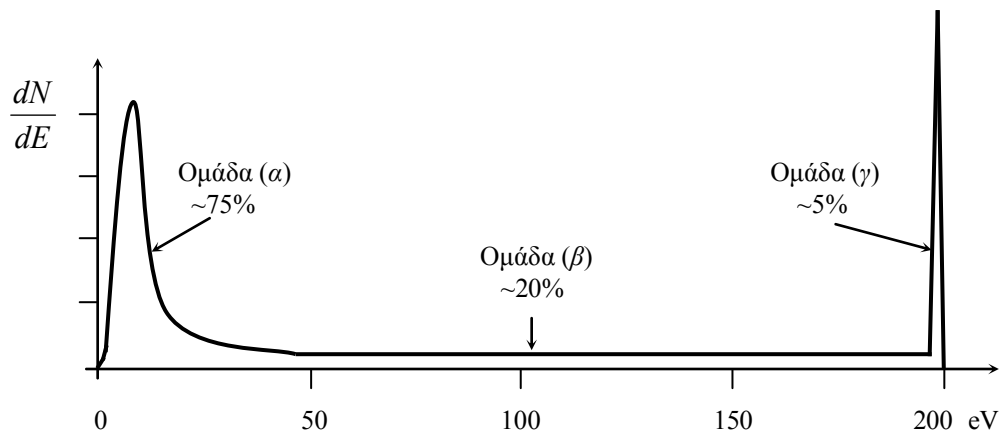
**Σχήμα 34.11.** Συντελεστής δευτερογενούς εκπομπής ηλεκτρονίων συναρτήσεως της κινητικής ενέργειας των προσπιπτόντων.

**1. Ομάδα (α).** Το ποσοστό τους είναι περίπου 75 %. Η ομάδα αυτή συγκροτείται από τα λεγόμενα “γνησίως” δευτερογενής ηλεκτρόνια και ανήκουν στα ηλεκτρόνια του υλικού που αποσπάστηκαν από τα άτομα του στερεού μετά τη κρούση και, μετά από πολλές ελαστικές και μη ελαστικές κρούσεις μέσα στο υλικό, σκεδάστηκαν προς την επιφάνεια και εξήλθαν από το στερεό. Σύμφωνα με μία σύμβαση που τυγχάνει ευρείας αποδοχής, οι ενέργειες αυτών των ηλεκτρονίων είναι έως 50 eV.

**2. Ομάδα (β).** Το ποσοστό τους είναι περίπου 20 %. Σύμφωνα με την προαναφερθείσα σύμβαση, τα ηλεκτρόνια της δευτερογενής εκπομπής με ενέργειες άνω 50 eV ανήκουν στα ηλεκτρόνια της προσπίπτουσας δέσμης που εισχώρησαν βαθιά στο υλικό, υπέστησαν πολλές μη ελαστικές κρούσεις και οπισθοσκεδάστηκαν με μεγάλες απώλειες της αρχικής τους ενέργειας. Επομένως, η ομάδα αυτή αποτελείται από τα ανακλώμενα ηλεκτρόνια της προσπίπτουσας δέσμης.

**3. Ομάδα (γ).** Το ποσοστό τους είναι περίπου 5 %. Η ομάδα αυτή συγκροτείται από τα ηλεκτρόνια της προσπίπτουσας δέσμης που εισχώρησαν στο υλικό ελάχιστα, μόλις μερικά κρυσταλλικά επίπεδα και οπισθοσκεδάστηκαν ελαστικά, δηλαδή δίχως απώλεια της αρχικής τους ενέργειας.

Προφανώς, οι ενέργειες αυτών των ηλεκτρονίων είναι όσο και των προσπιπτόντων, επομένως και αυτά τα ηλεκτρόνια ανήκουν στην ομάδα των ανακλώμενων ηλεκτρονίων. Εδώ η ανάκλαση είναι ελαστική.



**Σχήμα 34.12.** Ενεργειακή κατανομή των ηλεκτρονίων της δευτερογενούς εκπομπής όταν οι ενέργειες των προσπιπτόντων ηλεκτρονίων είναι 200 eV.

Σημειώνουμε ότι τα περισσότερα πειράματα ανάκλασης διεξάγονται με αυτήν την ομάδα ηλεκτρονίων.

Ανάλογα με το αν το υλικό είναι κρυσταλλικό ή πολυκρυσταλλικό, στα πειράματα περίθλασης ηλεκτρονίων χρησιμοποιείται η ομάδα (β) ή ομάδα (γ). Η ομάδα (α) με κάποιον τρόπο αποκόπτεται. Το γιατί αποκόπτεται η ομάδα (α), τότε χρησιμοποιείται η ομάδα (β) και τότε η ομάδα (α), η απάντηση στα ερωτήματα αυτά βρίσκεται στην περίθλαση ακτινών X που εξετάσαμε.

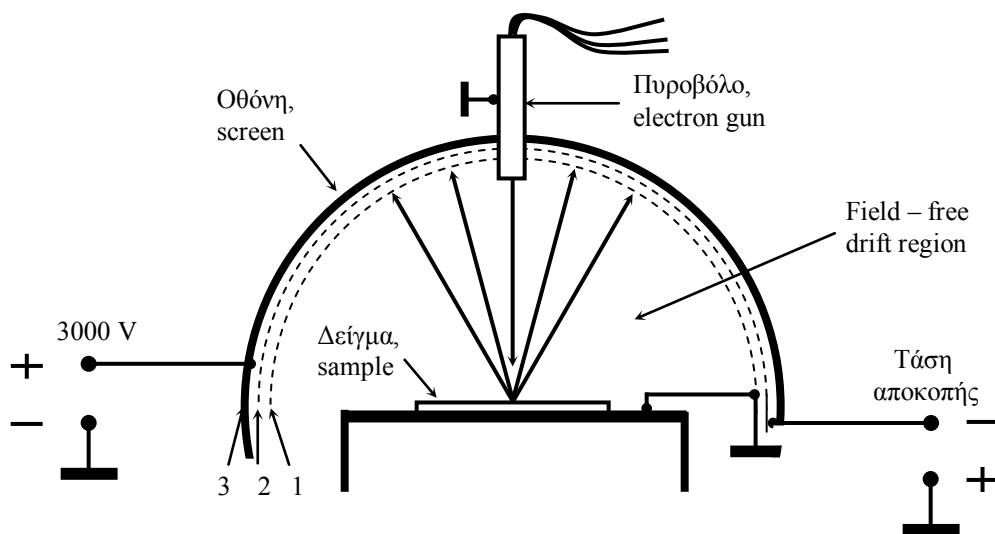
### 2.3. Περίθλαση ηλεκτρονίων σε πειράματα ανάκλασης - Low Energy Electron Diffraction

Η ραγδαία πρόοδος των μέσων ψηφιακής επεξεργασίας και αποθήκευσης της πληροφορίας θα ήταν αδιανόητη δίχως την αντίστοιχη ανάπτυξη της Φυσικής Στερεάς Κατάστασης και ειδικότερα, της Φυσικής της Επιφάνειας, θεωρητικής και πειραματικής. Στον τομέα αυτό η πρόοδος είναι θαυμαστική. Την τελευταία 40-τία, πλήθος πειραματικών μεθόδων χρησιμοποιήθηκε για τον σκοπό αυτό, αλλά τα ουσιαστικότερα αποτελέσματα ελήφθησαν στις πειραματικές διατάξεις περίθλασης ηλεκτρονίων, που ανήκουν στην κατηγορία πειραμάτων ανάκλασης. Στα πειράματα αυτά, οι ενέργειες των ηλεκτρονίων σκόπιμα επιλέγονται μικρές: 50, 300 eV. Τα ηλεκτρόνια μικρής ενέργειας εισχωρούν στο υλικό ελάχιστα, ενώ αυτά που ανακλώνται ελαστικά, πληροφορούν τους επιστήμονες για την *κρυσταλλική δομή των πρώτων ατομικών στρωμάτων της επιφάνειας*, τις κρυσταλλογραφικές της σταθερές, τον βαθμό κρυσταλλικότητας, την επίδραση των λεπτότατων επικαλύψεων με διάφορα υμένα, η συνάφειά τους με το υπόστρωμα, ο ρόλος της στιχομετρικής σύνθεσης, της θερμοκρασίας, της κατεργασίας κ.λ.π. Πρόκειται για την πειραματική μέθοδο *Low Energy Electron Diffraction* ή περίθλαση ηλεκτρονίων μικρής ενέργειας.

Στο Σχ. 34.13 δίνεται, σε τομή, η πειραματική διάταξη μελέτης της περίθλασης των ηλεκτρονίων σε πειράματα ανάκλασης. Στην πιο απλή του μορφή, η διάταξη αποτελείται από ένα πυροβόλο ηλεκτρονίων, δύο πολύ λεπτά μεταλλικά σφαιρικά πλέγματα, συνήθως επιχρυσωμένα. Περιλαμβάνει ακόμη τη σφαιρική γυάλινη οθόνη με αγωγίμη επίστρωση και φθορίζουσα ουσία, όπως και στη λυχνία της Άσκησης. Προορισμός του πυροβόλου είναι να παράγει μία λεπτή δέσμη ηλεκτρονίων με πολύ μικρή διασπορά ενεργειών. Η άνοδος του πυροβόλου είναι γειωμένη, οπότε στην κάθοδο εφαρμόζεται αρνητική τάση επιλεγμένης τιμής. Προφανώς, στο εσωτερικό αυτής της συσκευής δημιουργείται υψηλό κενό.

Στον χώρο: δείγμα-πρώτο πλέγμα, η κίνηση των ανακλώμενων ηλεκτρονίων της δευτερογενούς εκπομπής δεν πρέπει να επηρεάζεται από τα άλλα ηλεκτρικά πεδία. Οπότε, όλα τα εσωτερικά μέρη της διάταξης πρέπει να έχουν ίδιο ηλεκτρικό δυναμικό. Αυτό διασφαλίζεται όταν το δείγμα, η βάση του δείγματος και το πρώτο πλέγμα έχουν δυναμικό μηδέν, δηλαδή είναι γειωμένα. Μόνο τότε τα ηλεκτρόνια διατηρούν την αρχική κατεύθυνση της κίνησής τους, καθώς αυτά εξέρχονται από την επιφάνεια του στερεού.





**Σχήμα 34.13.** Πειραματική διάταξη περίθλασης ηλεκτρονίων σε ανάκλαση

Στο δεύτερο πλέγμα εφαρμόζεται αρνητική τάση αποκοπής. Η τιμή της επιλέγεται ανάλογα με το πια ομάδα ηλεκτρονίων πρέπει να αποκοπεί. Τα ανακλώμενα ηλεκτρόνια που διαπερνάνε το πλέγμα αποκοπής θα βρεθούν στον χώρο ισχυρού ηλεκτρικού πεδίου, λόγω του ότι στην αγωγή επιστροφή της οθόνης εφαρμόζεται υψηλή τάση 3-5 kV. Επομένως, τα ηλεκτρόνια αυτά θα επιταχυνθούν και θα βομβαρδίσουν τη φθορίζουσα ουσία με ενέργειες 3-5 kV, προκαλώντας τον φθορισμό της. Με τον τρόπο αυτό γίνεται ορατό το αποτύπωμα της περίθλασης στη σφαιρική οθόνη της συσκευής.

Αν το δείγμα είναι κρύσταλλος, στην οθόνη θα εμφανιστεί η χαρακτηριστική εικόνα από φωτεινές κουκίδες, σε καθορισμένες θέσεις που εξαρτώνται από το μήκος κύματος Ντεμπρολί και τις κρυσταλλογραφικές σταθερές του κρυστάλλου. Στα πολυκρυσταλλικά υλικά, η εικόνα στην οθόνη αποτελείται από ομόκεντρους κύκλους κ.λ.π.