

# Άσκηση 30

## Μέτρηση του συντελεστή θερμικής αγωγιμότητας υλικών

### 31.1 Σκοπός

Στην άσκηση αυτή θα μετρήσουμε τον συντελεστή θερμικής αγωγιμότητας δύο στερεών σωμάτων, ενός καλού και ενός κακού αγωγού της θερμότητας, θα μετρήσουμε τη σταθερά χρόνου θέρμανσης μιας μεταλλικής ράβδου και θα προσδιορίσουμε την κατανομή της θερμοκρασίας μέσα σε αυτήν.

### 30.2 Θεωρία

Μια κατηγορία φαινομένων με μεγάλο πρακτικό και επιστημονικό ενδιαφέρον αναφέρεται σε εκείνα που παρατηρούνται σε μακροσκοπικά συστήματα που δεν βρίσκονται σε κατάσταση ισορροπίας. Τα φαινόμενα αυτά μπορούν να χαρακτηρισθούν με τον γενικό όρο *φαινόμενα μεταφοράς*.

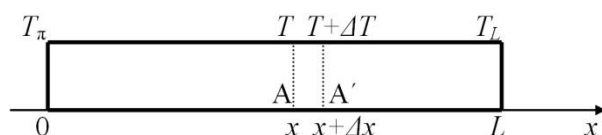
Η *θερμική αγωγιμότητα* είναι ένα παράδειγμα φαινομένου μεταφοράς και εκδηλώνεται εκεί όπου η θερμοκρασία ενός σώματος δεν είναι η ίδια σε όλα του τα σημεία. Σε μικροσκοπικό επίπεδο, η ροή θερμότητας συνδέεται με το γεγονός ότι, σε ένα σώμα, η ενέργεια ταλάντωσης των ατόμων (ή των μορίων) του γύρω από τις θέσεις ισορροπίας τους εξαρτάται άμεσα από τη θερμοκρασία. Αν για κάποιο λόγο η θερμοκρασία μιας περιοχής του σώματος είναι υψηλότερη από ό,τι στο υπόλοιπο σώμα, εξαιτίας της αλληλεπίδρασης των ατόμων η αυξημένη ενέργεια ταλάντωσης των ατόμων αυτών θα αρχίσει να μεταδίδεται στα γειτονικά άτομα, ωστόσο εξισωθεί η θερμοκρασία σε όλη τη μάζα του υλικού. Μακροσκοπικά, η διάδοση της ενέργειας ταλάντωσης των ατόμων εκδηλώνεται ως ροή θερμότητας από τις θερμότερες προς τις ψυχρότερες περιοχές του σώματος και τείνει να εξισώσει τη θερμοκρασία, όταν η θερμική ισορροπία του σώματος έχει διαταραχθεί.

Στα μέταλλα, η κίνηση των ελεύθερων ηλεκτρονίων δίνει έναν πρόσθετο μηχανισμό διάδοσης της θερμότητας. Τα ελεύθερα ηλεκτρόνια κινούνται ταχύτατα σε ολόκληρο τον όγκο του μετάλλου (τυπικά ένα ελεύθερο ηλεκτρόνιο θα προσπεράσει μερικές εκατοντάδες άτομα πριν συγκρουσθεί) και έτσι μεταφέρουν ενέργεια πολύ πιο αποτελεσματικά, με αποτέλεσμα η θερμική αγωγιμότητα των μετάλλων να είναι δεκάδες ή και εκατοντάδες φορές μεγαλύτερη από εκείνη των διηλεκτρικών υλικών.

Για την ποσοτική περιγραφή του φαινομένου, θεωρούμε μια ομογενή ράβδο μήκους  $L$ , η οποία βρίσκεται πάνω στον άξονα  $x$ , με το ένα της άκρο στο σημείο  $x=0$  και το άλλο στο  $x=L$  (Σχ. 30.1). Η ράβδος έχει σταθερή εγκάρσια διατομή εμβαδού  $S$ . Έστω ότι έχουμε δύο επίπεδα  $A$  και  $A'$ , κάθετα στον άξονα της ράβδου, που βρίσκονται στις θέσεις  $x$  και  $x+\Delta x$  αντίστοιχα.

Αν η θερμότητα ρέει μόνο προς την κατεύθυνση  $+x$ , τα επίπεδα αυτά θα είναι επιφάνειες σταθερής θερμοκρασίας, έστω  $T$  και  $T+\Delta T$  αντίστοιχα. Πειραματικά βρίσκεται ότι, για μικρά  $\Delta x$ , η ποσότητα θερμότητας,  $Q$ , που ρέει στη μονάδα του χρόνου από την επιφάνεια  $A$  προς την  $A'$ , είναι ανάλογη του εμβαδού  $S$  και του λόγου  $\Delta T/\Delta x$ . Έχουμε δηλαδή:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = -\lambda S \frac{\Delta T}{\Delta x} \quad (30.1)$$



**Σχήμα. 30.1.** Ράβδος, μήκους  $L$ , που διασχίζεται από θερμική ροή, κατά την κατεύθυνση  $+x$ . Το άκρο στο  $x = 0$  βρίσκεται στη θερμοκρασία περιβάλλοντος,  $T_{\pi}$ , ενώ το άλλο άκρο της ( $x = L$ ) βρίσκεται σε θερμοκρασία  $T_L$ .

Ο συντελεστής  $\lambda$ , που χαρακτηρίζει το υλικό και ονομάζεται **συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας**, μπορεί να θεωρηθεί πρακτικά ανεξάρτητος της θερμοκρασίας για μικρές περιοχές θερμοκρασίας. Το αρνητικό πρόσημο δείχνει ότι η ροή της θερμότητας είναι αρνητική (προς τα αρνητικά  $x$ ), όταν ο λόγος  $\Delta T / \Delta x$  είναι θετικός. Στην οριακή περίπτωση μιας πλάκας απειροστού πάχους,  $dx$ , μεταξύ των άκρων της οποίας υπάρχει διαφορά θερμοκρασίας  $dT$ , ισχύει ο **θεμελιώδης νόμος της θερμικής αγωγιμότητας**:

$$\frac{dQ}{dt} = -\lambda S \frac{dT}{dx} \quad (30.2)$$

Το πηλίκο  $dT/dx$  λέγεται **θερμοβαθμίδα** και εκφράζει τον ρυθμό μεταβολής της θερμοκρασίας ανά μονάδα μήκους.

Υλικά με μεγάλο  $\lambda$  είναι καλοί αγωγοί της θερμότητας, ενώ αυτά με μικρό  $\lambda$  είναι κακής ποιότητας αγωγοί ή, αλλιώς, μονωτές. Στον Πίνακα I αναφέρονται οι τιμές του  $\lambda$  για μερικά υλικά, καθώς και η θερμική αγωγιμότητα του νικελίου,  $\lambda$ , σε διάφορες θερμοκρασίες,  $T$ .

**Πίνακας I**

Υλικό		$\lambda$ ( $\text{Wm}^{-1} \text{K}^{-1}$ )	Νικέλιο	
<i>Μεγάλης αγωγιμότητας</i>	Χαλκός	390	$T$ ( $^{\circ}\text{C}$ )	$\lambda$ ( $\text{Wm}^{-1} \text{K}^{-1}$ )
	Αλουμίνιο	201		
	Ορείχαλκος	110	-173	127
	Σίδηρος	67		
<i>Μέσης αγωγιμότητας</i>	Μάρμαρο	3,4	20	92
	Πυρίμαχο υλικό	1,7	100	83
	Γυαλί	0,8		
<i>Μονωτές</i>	Αμίαντος	0,17	300	68
	Φελλός	0,04	500	62
	Μαλλί	0,02	700	58

Σε κατάσταση θερμικής ισορροπίας η θερμοκρασία του σώματος είναι η ίδια σε όλα του τα σημεία. Όταν όμως η ισορροπία αυτή διαταράσσεται, διαμορφώνεται στο σώμα μια **κατανομή θερμοκρασίας**, η οποία εξαρτάται γενικώς από το χρόνο και υπακούει στην εξίσωση αγωγιμότητας:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + f \quad (30.3)$$

όπου  $f$  είναι η ισχύς (ανά μονάδα όγκου) των εσωτερικών πηγών θερμότητας,  $\rho$  η πυκνότητα και  $c$  η **ειδική θερμότητα** του υλικού. Υπενθυμίζουμε ότι ειδική θερμότητα ενός υλικού είναι η θερμότητα που απαιτείται για να αυξηθεί η θερμοκρασία της μονάδας της μάζας του υλικού κατά ένα βαθμό και δίδεται συνήθως σε cal/g. Στις περιπτώσεις όπου  $f = 0$ , όταν δηλαδή

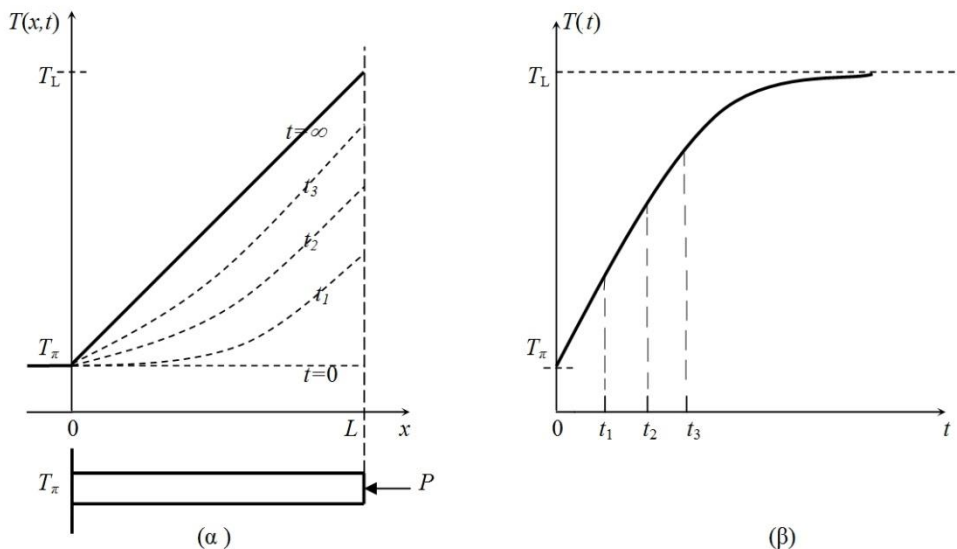
μέσα στο σώμα δεν υπάρχουν πηγές θερμότητας και η θερμότητα μπορεί να ρέει *μόνο* προς την κατεύθυνση  $x$ , η εξίσωση αγωγιμότητας απλοποιείται στη μονοδιάστατη μορφή:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (30.4)$$

Η γενική λύση,  $T(x,t)$ , αυτής της εξίσωσης μπορεί να βρεθεί με τη χρήση των μεθόδων Fourier, αν είναι γνωστές οι συνοριακές και οι αρχικές συνθήκες του προβλήματος. Μια ποιοτική εικόνα για τις λύσεις αυτές μπορούμε να αποκομίσουμε, εάν εξετάσουμε την περίπτωση της ράβδου, που είναι και η απλούστερη. Για το σκοπό αυτό, ας θεωρήσουμε μια ομογενή ράβδο μήκους  $L$  και διατομής  $S$ . Έστω ότι το αριστερό της άκρο έχει μόνιμα τη θερμοκρασία περιβάλλοντος,  $T_\pi$ . Έστω ακόμη ότι, τη χρονική στιγμή  $t=0$ , η θερμική της ισορροπία διαταράσσεται και, στο δεξιό της άκρο, με κάποιο τρόπο, αρχίζει να προσφέρεται *σταθερή* θερμική ισχύς,  $P$  (Σχ. 30.2α). Μετά την πάροδο αρκετού χρόνου, θα επιτευχθεί μια μόνιμη κατάσταση, στην οποία η θερμοκρασία θα είναι ανεξάρτητη του χρόνου σε κάθε σημείο της ράβδου. Η ροή θερμότητας,  $dQ/dt$ , θα έχει την ίδια τιμή σε όλα τα σημεία της ράβδου, και επομένως (ή ισοδύναμα), σύμφωνα με την Εξ. (30.2), θα έχουμε  $dT/dx = \text{σταθ.}$  Στην κατάσταση αυτή η θερμοκρασία μεταβάλλεται γραμμικά με το  $x$  και, αν τα δύο άκρα της ράβδου βρίσκονται στις θερμοκρασίες  $T_\pi$  (στο  $x=0$ ) και  $T_L$  (στο  $x=L$ ) αντιστοίχως, η κατανομή της θερμοκρασίας κατά μήκος της ράβδου θα είναι:

$$T(x) = T_\pi + \frac{T_L - T_\pi}{L} x \quad (30.5)$$

Εφόσον, στη μόνιμη κατάσταση, έχουμε κατά μήκος της ράβδου μια γραμμική κατανομή της θερμοκρασίας [Σχ. 30.2(α)], η ράβδος απλώς άγει τη θερμότητα και δεν την απορροφά, πράγμα που σημαίνει ότι η εισερχόμενη στη ράβδο ροή θερμότητας ισούται με την εξερχόμενη. Αντίθετα, στην αρχή της θέρμανσης, δηλαδή κατά τη μεταβατική περίοδο [διακεκομμένες καμπύλες στο Σχ. 30.2(α)], μόνον ένα μέρος της θερμότητας ρέει προς τα ψυχρότερα μέρη της ράβδου, ενώ το υπόλοιπο απορροφάται από το υλικό της και προκαλεί αύξηση της θερμοκρασίας των τμημάτων του, έως ότου η κατανομή της θερμοκρασίας γίνει γραμμική.



**Σχήμα 30.2.** Κατανομή της θερμοκρασίας σε μια ράβδο, το ένα άκρο της οποίας ( $x=0$ ) βρίσκεται στη θερμοκρασία περιβάλλοντος,  $T_\pi$ , ενώ στο άλλο άκρο ( $x=L$ ) προσφέρεται σταθερή θερμική ισχύς,  $P$ . (α) Κατανομή της θερμοκρασίας κατά μήκος της ράβδου, για διάφορες χρονικές στιγμές, από 0 μέχρι  $\infty$ . Παρατηρούμε ότι, στη μόνιμη κατάσταση ( $t=\infty$ ), διαμορφώνεται κατά μήκος της ράβδου μια γραμμική αύξηση της θερμοκρασίας ως προς  $x$ , από  $T_\pi$  έως  $T_L$ . (β) Χρονική εξέλιξη της θερμοκρασίας του θερμαινόμενου άκρου ( $x=L$ ) της ράβδου. Η θερμοκρασία τείνει εκθετικά προς την τιμή  $T_L$ .

Στο Σχ. 30.2 (β) δίνεται η χρονική εξέλιξη της θερμοκρασίας του θερμαινόμενου άκρου ( $x = L$ ) της ράβδου. Η μαθηματική ανάλυση του προβλήματος δείχνει ότι η άνοδος της θερμοκρασίας της ράβδου ακολουθεί μια εκθετική συνάρτηση, όμοια με αυτήν της φόρτισης ενός ηλεκτρικού πυκνωτή, και ότι η αντίστοιχη **σταθερά χρόνου θέρμανσης** ( $\tau_0$ ) είναι ανάλογη προς τον παράγοντα της Εξ. (30.6):

$$\tau_0 \sim \frac{\rho c}{\lambda} L^2 \quad (30.6)$$

Αξίζει να τονιστεί εδώ ότι η σταθερά χρόνου θέρμανσης δεν εξαρτάται από τη διατομή της ράβδου, εξαρτάται όμως έντονα από το μήκος της. Ενδεικτικά αναφέρουμε ότι η σταθερά χρόνου θέρμανσης μιας ράβδου από ορείχαλκο, μήκους 7 cm, είναι περίπου 100 s. Όπως βλέπουμε, ακόμα και στα μέταλλα, η διάδοση της θερμότητας είναι μια σχετικά αργή διαδικασία

### 30.3 Μέθοδος μέτρησης του συντελεστή θερμικής αγωγιμότητας $\lambda$

#### 30.3.1 Καλοί αγωγοί

Θεωρούμε μία ομογενή ράβδο, το ένα άκρο (το αριστερό) της οποίας είναι σε επαφή με ένα σώμα μεγάλης θερμοχωρητικότητας (πρακτικά σταθερής θερμοκρασίας ίσης με τη θερμοκρασία του περιβάλλοντος), ενώ στο άλλο άκρο, μέσω ενός λαμπτήρα, παρέχεται γνωστή θερμική ροή,  $P$  (Σχ. 30.2α). Μετά το πέρας της μεταβατικής περιόδου, στη μόνιμη κατάσταση, θα διαμορφωθεί στη ράβδο μια γραμμική κατανομή θερμοκρασίας και σύμφωνα με την Εξ. (30.1) θα ισχύει:

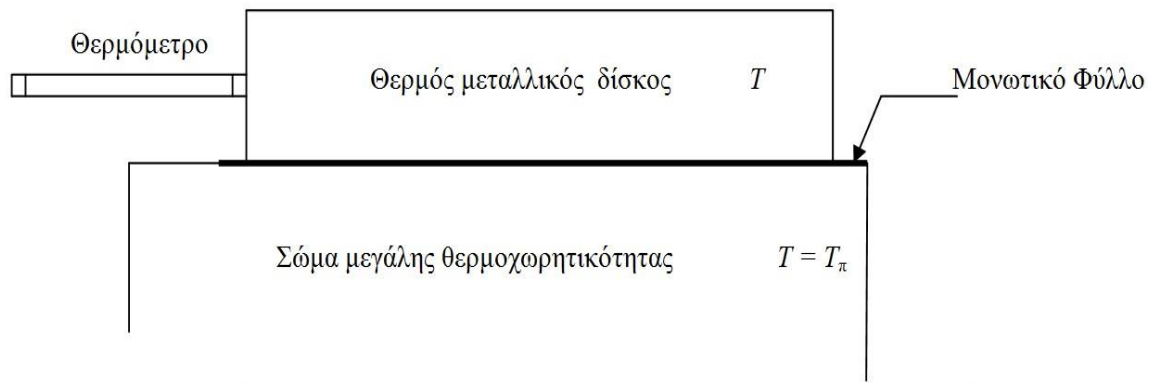
$$P = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = -\lambda S \frac{\Delta T}{L} \quad \text{ή} \quad \frac{\Delta T}{L} = -\frac{1}{\lambda S} P \quad (30.7)$$

όπου  $L$  είναι το μήκος της ράβδου και  $\Delta T$  είναι η διαφορά θερμοκρασίας μεταξύ των δύο άκρων της. Αν καταγραφεί το **μέτρο της θερμοβαθμίδας**,  $\Delta T/L$ , συναρτήσει του  $P$ , θα προκύψει μια ευθεία, η κλίση της οποίας είναι ίση με  $K = 1/\lambda S$ . Συνεπώς, η τιμή τού συντελεστή θερμικής αγωγιμότητας,  $\lambda$ , του υλικού της ράβδου μπορεί να υπολογιστεί από τη σχέση:  $\lambda = 1/KS$ , δοθέντος ότι η διατομή,  $S$ , της ράβδου είναι γνωστή.

#### 30.3.2 Κακοί αγωγοί (μονωτές)

Αντικείμενο της μελέτης εδώ είναι ένα μονωτικό υλικό με τη μορφή λεπτού φύλλου. Το φύλλο αυτό τοποθετείται πάνω σε ένα σώμα μεγάλης θερμοχωρητικότητας και, στη συνέχεια, πάνω στο φύλλο τοποθετείται ένας θερμός μεταλλικός δίσκος, η θερμοκρασία τού οποίου καταγράφεται συναρτήσει του χρόνου,  $t$ . (Σχ. 30.3). Ο δίσκος θα αρχίσει να ψύχεται και, στην περίπτωση που ο δίσκος ψύχεται *μόνο μέσω του υλικού που μελετούμε*, προκύπτει ότι η θερμοκρασία του δίσκου θα ακολουθήσει μια φθίνουσα εκθετική συνάρτηση, όμοια με εκείνη της ηλεκτρικής εκφόρτισης ενός πυκνωτή. Πράγματι, η ολική θερμική ενέργεια,  $Q_{ολ}$ , που μπορεί να χάσει ο δίσκος είναι

$$Q_{ολ} = mc (T_{αρχ} - T_{\pi}) \quad (30.8)$$



**Σχήμα 30.3.** Σχηματική απεικόνιση της μεθόδου που χρησιμοποιούμε για τον πειραματικό προσδιορισμό της θερμικής αγωγιμότητας κακών αγωγών (μονωτών) της θερμοκρασίας. Το μονωτικό φύλλο τοποθετείται μεταξύ ενός σώματος μεγάλης θερμοχωρητικότητας, που βρίσκεται στη θερμοκρασία περιβάλλοντος,  $T_\pi$ , και ενός θερμού μεταλλικού δίσκου, η θερμοκρασία,  $T$ , του οποίου καταγράφεται συναρτήσει του χρόνου,  $t$ .

όπου  $mc$  είναι η θερμοχωρητικότητά του ( $m$  η μάζα του και  $c$  η ειδική του θερμότητα). Αν τη χρονική στιγμή  $t$  η θερμοκρασία του δίσκου είναι  $T$ , η τιμή της ενέργειας που έχει χάσει ο δίσκος θα είναι ίση με

$$Q = mc (T - T_\pi) \quad (30.9)$$

Παραγωγίζοντας την  $Q(t)$  ως προς το χρόνο, έχουμε:

$$\frac{dQ}{dt} = mc \frac{d(T - T_\pi)}{dt} \quad (30.10)$$

Από την άλλη, η θερμική ροή που διαπερνά το λεπτό φύλλο (Εξ. 30.2) είναι:

$$\frac{dQ}{dt} = -\lambda S \frac{dT}{dx} = -\lambda S \frac{(T - T_\pi)}{a} \quad (30.11)$$

όπου  $a$  είναι το πάχος του φύλλου και  $S$  το εμβαδόν του δίσκου. Εξισώνοντας την Εξ. (30.11) με την (30.10) έχουμε:

$$mc \frac{d(T - T_\pi)}{dt} = -\lambda S \frac{(T - T_\pi)}{a} \quad (30.12)$$

Την Εξ. (30.12) μπορούμε να τη γράψουμε και ως:

$$\frac{d(T - T_\pi)}{(T - T_\pi)} = -\frac{\lambda S}{mca} dt \quad (30.13)$$

Ολοκληρώνοντας την Εξ. (30.13) παίρνουμε:

$$\ln(T - T_\pi) = -\frac{\lambda S}{mca} t + \text{σταθ.} \quad (30.14)$$

Επειδή στην αρχή ( $t = 0$ ), έχουμε  $T(t = 0) = T_{\text{αρχ}}$ , βρίσκουμε ότι  $\ln(T - T_{\pi}) = \ln(T_{\text{αρχ}} - T_{\pi})$  και έτσι

$$\ln(T - T_{\pi}) = -\frac{\lambda S}{mca} t + \ln(T_{\text{αρχ}} - T_{\pi}) \quad (30.15)$$

από την οποία τελικά προκύπτει

$$T = T_{\pi} + (T_{\text{αρχ}} - T_{\pi}) e^{-\frac{\lambda S}{mca} t} \quad (30.16)$$

Όπως βλέπουμε, η θερμοκρασία του δίσκου μειώνεται εκθετικά με το χρόνο, τείνοντας στη θερμοκρασία περιβάλλοντος,  $T_{\pi}$  (Σχ. 30.4).

Έτσι, αν μετρηθεί η θερμοκρασία,  $T$ , του δίσκου συναρτήσει του χρόνου,  $t$ , και εν συνεχεία σχεδιαστεί το  $\ln(T - T_{\pi})$  ως συνάρτηση του  $t$ , θα βρεθεί, σύμφωνα με την Εξ. (30.15), μια ευθεία, η κλίση,  $K$ , της οποίας είναι:

$$K = -\frac{\lambda S}{mca} \quad (30.17)$$

Η τιμή τού συντελεστή θερμικής αγωγιμότητας,  $\lambda$ , του υλικού του μονωτικού φύλλου μπορεί, επομένως, να υπολογιστεί από τη σχέση:

$$\lambda = (-K) \frac{mca}{S} \quad (30.18)$$

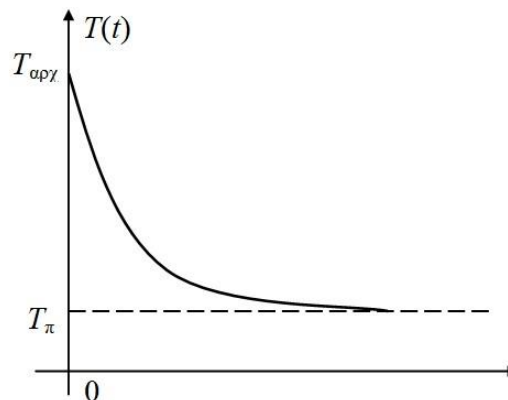
από τη στιγμή που έχουμε προσδιορίσει την κλίση,  $K$ , της ευθείας, εφόσον τα  $m$ ,  $c$  και  $a$  είναι γνωστά.

### 30.4 Πειραματική διάταξη

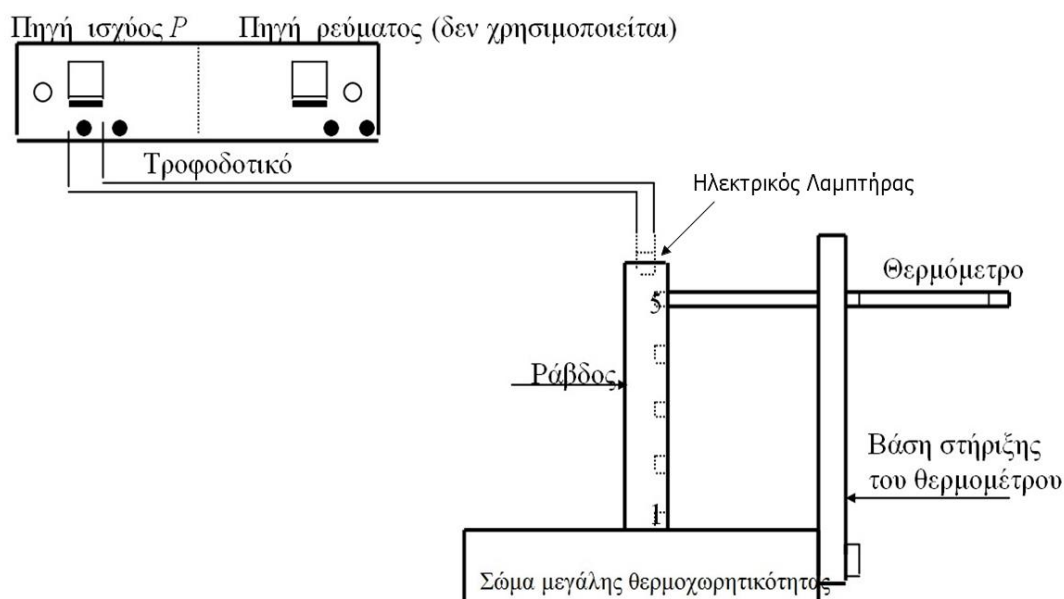
Στην πειραματική διάταξη χρησιμοποιείται ένα **σώμα μεγάλης θερμοχωρητικότητας**, με μάζα ίση με  $M \approx 15 \text{ kg}$ . Η διάταξη περιλαμβάνει ακόμα

#### 30.4.1 Για τη μέτρηση του συντελεστή θερμικής αγωγιμότητας, $\lambda$ , καλών αγωγών

- **Μία μεταλλική ράβδος** από ορείχαλκο. Το ένα της άκρο είναι σε επαφή με το παραπάνω σώμα, ενώ στο άλλο είναι ενσωματωμένος ένας ηλεκτρικός λαμπτήρας, ο οποίος δρα ως πηγή θερμότητας (Σχ. 30.5). Η διάμετρος και το μήκος της ράβδου είναι  $11,0 \pm 0,1 \text{ mm}$  και  $70,0 \text{ mm}$  αντίστοιχα. Κατά μήκος της ράβδου υπάρχουν 5 αβαθείς υποδοχές, οι οποίες απέχουν μεταξύ τους  $15,0 \pm 0,1 \text{ mm}$ . Προορισμός τους είναι να βελτιώσουν τη θερμική επαφή του θερμόμετρου με τη ράβδο. Η πρώτη υποδοχή απέχει 5 mm από την επιφάνεια του σώματος μεγάλης μάζας.
- Ένα **τροφοδοτικό** με δύο σταθεροποιημένες πηγές: μία πηγή ρεύματος, η οποία δεν χρησιμοποιείται στην Άσκηση αυτή, και μία πηγή ρυθμιζόμενης ισχύος. Ο μετρητής της πηγής αυτής δείχνει απευθείας την παρεχόμενη στο λαμπτήρα ισχύ,  $P = I U$ , όπου  $U$  είναι η τάση στον λαμπτήρα και  $I$  το ρεύμα που τον διαρρέει. Η ισχύς,  $P$ , μπορεί να μεταβάλλεται από 0 έως 15 W.



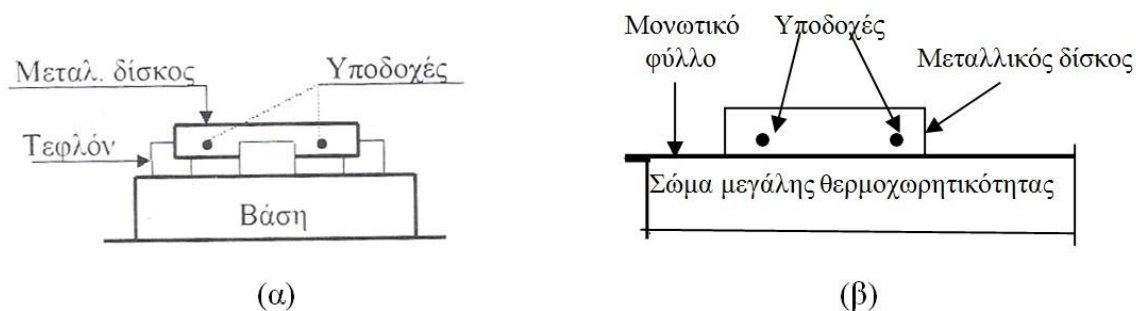
**Σχήμα 30.4.** Μεταβολή της θερμοκρασίας του μεταλλικού δίσκου του Σχ. 30.3 με το χρόνο, από την αρχική του θερμοκρασία,  $T_{\text{αρχ}}$ , μέχρι εκείνην του περιβάλλοντος,  $T_{\pi}$ .



**Σχήμα 30.5.** Σχηματική παράσταση της πειραματικής διάταξης για τη μέτρηση της θερμικής αγωγιμότητας μιας μεταλλικής ράβδου, το επάνω άκρο της οποίας θερμαίνεται με ηλεκτρικό λαμπτήρα, τροφοδοτούμενο από την πηγή ισχύος  $P$ , ενώ το άλλο άκρο της έχει τοποθετηθεί πάνω σε ένα σώμα μεγάλης θερμοχωρητικότητας. Η ράβδος φέρει 5 εγκοπές για την τοποθέτηση του θερμομέτρου, που χρησιμοποιείται για τη μέτρηση της κατανομής της θερμοκρασίας κατά μήκος της ράβδου.

- Ένα ψηφιακό θερμομέτρο για τη μέτρηση της θερμοκρασίας της ράβδου στα πέντε της σημεία. Η διακριτική του ικανότητα είναι  $0,1\text{ }^{\circ}\text{C}$ , όμως η τιμή της θερμοκρασίας μετράται με σφάλμα  $0,5\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Για την ευκολία των μετρήσεων, στο πλάι του μεγάλου σώματος είναι στερεωμένη η βάση στήριξης του θερμομέτρου (Σχ. 30.6). Η θερμική αδράνεια του θερμομέτρου είναι περίπου 30 s.
- Ένα χρονόμετρο.

### 30.4.2 Για τη μέτρηση του συντελεστή θερμικής αγωγιμότητας, $\lambda$ , κακών αγωγών



**Σχήμα 30.6.** Σχηματική παράσταση της πειραματικής διάταξης για τη μέτρηση της θερμικής αγωγιμότητας μονωτικού φύλλου. (α) Στο πρώτο στάδιο, ο δίσκος τοποθετείται πάνω στη βάση του και στηρίζεται σε τέσσερις μονωτές από τεφλόν. Μέσα στη μία υποδοχή τοποθετείται ο θερμαντήρας, και στην άλλη το θερμομέτρο (μη εικονιζόμενο) και καταγράφεται η θερμοκρασία του ως συνάρτηση του χρόνου. (β) Στο δεύτερο στάδιο, το υπό μελέτη μονωτικό φύλλο τοποθετείται μεταξύ του θερμού μεταλλικού δίσκου και του σώματος μεγάλης θερμοχωρητικότητας, για την καταμέτρηση και πάλι της θερμοκρασίας του μεταλλικού δίσκου ως συνάρτηση του χρόνου.

- Έναν **μεταλλικό δίσκο**, η διάμετρος του οποίου είναι  $59,0 \pm 0,3$  mm. Ο δίσκος θερμαίνεται πάνω στη βάση του και στηρίζεται σε τέσσερις μονωτές από τεφλόν (Σχ. 30.6α). Ο δίσκος αυτός έχει δύο υποδοχές, μια αβαθή ( $\sim 1,5$  cm) η οποία προορίζεται για την υποδοχή του θερμομέτρου και μία βαθιά ( $\sim 5$  cm) για την υποδοχή του θερμαντήρα. (**Προσοχή:** Τυχόν ανταλλαγή των υποδοχών μπορεί να προκαλέσει την υπερθέρμανση και καταστροφή του θερμαντήρα).
- Ένα **λεπτό μονωτικό φύλλο** από το υπό μελέτη υλικό (Σχ. 30.6β). Το πάχος του είναι  $a = 0,100 \pm 0,005$  mm.
- Έναν **ηλεκτρικό θερμαντήρα** για τη θέρμανση του μεταλλικού δίσκου (δεν φαίνεται στα σχήματα).
- Ένα **ψηφιακό θερμόμετρο** για τη μέτρηση της θερμοκρασίας του μεταλλικού δίσκου.
- Ένα **χρονόμετρο**.

## Βιβλιογραφία

1. M. Alonso και E.J. Finn, *Θεμελιώδης Πανεπιστημιακή Φυσική*, Τόμος Ι: *Μηχανική και Θερμοδυναμική* Κεφ. 15: Παράγρ. 15.1, 15.3 (Αθήνα 1981).
2. H.C. Ohanian, *Φυσική*, Τόμος Α': *Μηχανική-Θερμοδυναμική*, Κεφ. 20: Παράγρ. 20.4, Εκδόσεις Συμμετρία (Αθήνα 1991).
3. H.D. Young, *Πανεπιστημιακή Φυσική*, Τόμος Α': *Μηχανική-Θερμοδυναμική*, Κεφ. 15: Παράγρ. 15.1, 15.7, Εκδόσεις Παπαζήση (Αθήνα 1994).
4. Halliday-Resnick, *Φυσική*, Μέρος Ι, Κεφ. 22, Παράγρ. 22.4, Εκδόσεις Γ.Α. Πνευματικού (Αθήνα 1976).

## 30.5 Εκτέλεση

### 30.5.1 Μέτρηση της σταθεράς χρόνου θέρμανσης της ράβδου

1. Τοποθετήστε το θερμόμετρο στην υποδοχή 5 της ράβδου, έτσι όπως αυτό φαίνεται στο Σχ. 30.5.
2. Πριν θέσετε σε λειτουργία το τροφοδοτικό, βεβαιωθείτε πρώτα ότι είναι ρυθμισμένο στο μηδέν, ότι δηλαδή το κουμπί ρύθμισης βρίσκεται στη θέση τέρμα αριστερά. Θέστε σε λειτουργία το τροφοδοτικό και εφαρμόστε ισχύ 3 W στην πηγή ισχύος.
3. Καταγράψτε, με τη βοήθεια του θερμομέτρου, τη χρονική εξέλιξη της θερμοκρασίας ανά 30 s επί 5 min. Καταχωρήστε τις τιμές που μετρήσατε στον Πίνακα II.

### 30.5.2 Μέτρηση του συντελεστή θερμικής αγωγιμότητας, $\lambda$ , του υλικού της ράβδου (ορείχαλκου)

1. Καθώς η πηγή ισχύος είναι ακόμα ρυθμισμένη στα 3 W, μετρήστε τις θερμοκρασίες  $T_1$  και  $T_5$  στις δύο ακραίες υποδοχές της ράβδου. Οι υποδοχές αυτές απέχουν μεταξύ τους απόσταση  $L = 6,00 \pm 0,02$  cm.
2. Επαναλάβετε το βήμα 1 για 6, 9, 12 και 15 W, περιμένοντας κάθε φορά 5 λεπτά για να αποκατασταθεί η μόνιμη κατάσταση στη ράβδο. Καταγράψτε τα αποτελέσματα στον Πίνακα III.



### 30.5.3 Εύρεση της κατανομής της θερμοκρασίας κατά μήκος της ράβδου στη μόνιμη κατάσταση

Αμέσως μετά το τέλος του τελευταίου βήματος του προηγούμενου πειράματος, καθώς η εφαρμοζόμενη ισχύς είναι 15 W, μετρήστε τη θερμοκρασία και στα ενδιάμεσα τρία σημεία της ράβδου, όπου υπάρχουν οι αντίστοιχες υποδοχές. Καταγράψτε τα αποτελέσματα στον Πίνακα IV. Η θέση  $x = 0$  αντιστοιχεί, προφανώς, στη βάση της ράβδου.

ΠΙΝΑΚΑΣ II ( $P = 3 \text{ W}$ )

$t$ (s)	$T_5(t)$ ( $^{\circ}\text{C}$ )
0	
30	
60	
90	
...	

ΠΙΝΑΚΑΣ III

$P$ (W)	$T_1$ ( $^{\circ}\text{C}$ )	$T_5$ ( $^{\circ}\text{C}$ )	$(T_5 - T_1)/L$ ( $^{\circ}\text{C}/\text{m}$ )
3,0			
6,0			
9,0			
12,0			
15,0			

ΠΙΝΑΚΑΣ IV ( $P = 15 \text{ W}$ )

$x$ (cm)	$T(x)$ ( $^{\circ}\text{C}$ )
0,5	
2,0	
3,5	
5,0	
6,5	

### 30.5.4 Μέτρηση του συντελεστή θερμικής αγωγιμότητας, $\lambda$ , κακού αγωγού θερμότητας.

1. Μετρήστε τη μάζα,  $m$ , του μεταλλικού δίσκου, χρησιμοποιώντας τον ζυγό της Άσκησης.
2. Τοποθετήστε το θερμόμετρο και τον ηλεκτρικό θερμαντήρα στις αντίστοιχες υποδοχές τού μεταλλικού δίσκου, καθώς αυτός βρίσκεται πάνω στη βάση του (Σχ. 30.6α). Ο θερμαντήρας πρέπει να εισάγεται στη βαθιά υποδοχή. Αυτό το διαπιστώνετε όταν αυτός εισχωρεί στον δίσκο σε όλο του σχεδόν το μήκος. Θέστε σε λειτουργία τον θερμαντήρα και, όταν η θερμοκρασία του δίσκου φθάσει τους  $75 \text{ }^{\circ}\text{C}$ , **σβήστε την τροφοδοσία του** και, αφού πρώτα βγάλετε τον θερμαντήρα από τον δίσκο, τοποθετήστε τον, **σβηστό**, στην ειδική βάση του.
3. Με τη βοήθεια του θερμομέτρου παρακολουθήστε τη χρονική μεταβολή της θερμοκρασίας τού δίσκου (η οποία οφείλεται στην απώλεια θερμότητας προς τον περιβάλλοντα αέρα), καταγράφοντάς την κάθε 30 s, επί 3 min. Καταχωρήστε τα αποτελέσματα στον Πίνακα V.
4. Τοποθετήστε το φύλλο τού μονωτικού υλικού πάνω στο σώμα μεγάλης θερμοχωρητικότητας και, εν συνεχεία, τοποθετήστε, **με μεγάλη προσοχή**, τον θερμό δίσκο πάνω στο φύλλο (Σχ. 30.6β).
5. Παρακολουθήστε τη χρονική μεταβολή της θερμοκρασίας του δίσκου, καταγράφοντας την τιμή της κάθε 30 s, επί 6 λεπτά. Καταχωρήστε τις μετρήσεις σας στον Πίνακα VI.
6. Μετρήστε τη θερμοκρασία του περιβάλλοντος,  $T_{\pi}$ , εισάγοντας το θερμόμετρο στην υποδοχή που υπάρχει στο σώμα μεγάλης μάζας.

ΠΙΝΑΚΑΣ V

$t$ (s)	$T(t)$ ( $^{\circ}\text{C}$ )
0	
30	
60	
90	
...	

ΠΙΝΑΚΑΣ VI

$t$ (s)	$T(t)$ ( $^{\circ}\text{C}$ )	$\ln(T - T_{\pi})$
0		
30		
60		
90		
...		

## 30.6 Επεξεργασία των μετρήσεων

### 30.6.1 Προσδιορισμός της σταθεράς χρόνου θέρμανσης της μεταλλικής ράβδου.

1. Από τα ζεύγη τιμών του Πίνακα II, σχεδιάστε τη γραφική παράσταση της θερμοκρασίας του θερμαινόμενου άκρου της ράβδου συναρτήσει του χρόνου. Από την καμπύλη της παράστασης προσδιορίστε τη σταθερά χρόνου θέρμανσης της ράβδου,  $\tau_0$ , λαμβάνοντας υπόψη το γεγονός ότι σε χρόνο  $\tau_0$  η θερμοκρασία φθάνει στα 63 % της μεγίστης μεταβολής της. Καταγράψτε την τιμή του  $\tau_0$  με λογικό αριθμό σημαντικών ψηφίων, δίχως να υπολογίσετε το σφάλμα της,  $\tau_0 = \dots\dots\dots$
2. Υπολογίστε τη σταθερά χρόνου θέρμανσης της ράβδου για την περίπτωση που το μήκος της θα ήταν 7 φορές μεγαλύτερο (49 cm). Πόση ώρα διαρκεί η μεταβατική περίοδος,  $t_{\text{μετ}}$ , μιας τέτοιας ράβδου ( $t_{\text{μετ}} \sim 5\tau_0$ );

### 30.6.2 Προσδιορισμός του συντελεστή θερμικής αγωγιμότητας, $\lambda$ , του υλικού της ράβδου

1. Από τα δεδομένα του Πίνακα III, υπολογίστε, για κάθε τιμή της παρεχόμενης ισχύος  $P$ , την αντίστοιχη θερμοβαθμίδα,  $(T_5 - T_1)/L$ . Σχεδιάστε την καμπύλη της θερμοβαθμίδας συναρτήσει της  $P$ .
2. Από την κλίση της ευθείας,  $K$ , και το σφάλμα της,  $\delta K$ , που θα βρείτε με τη γραφική μέθοδο, (βλ. Εργαστηριακές Ασκήσεις Φυσικής, Τόμος I, Κεφ. Γ: Παράγρ. Γ7) υπολογίστε την τιμή του  $\lambda$  (Εξ. 30.7), καθώς και το σφάλμα της τιμής αυτής.

$$\lambda = \dots \pm \dots$$

### 30.6.3 Εύρεση της κατανομής της θερμοκρασίας κατά μήκος της ράβδου στη μόνιμη κατάσταση

Από τα ζεύγη τιμών του Πίνακα IV, σχεδιάστε τις τιμές της θερμοκρασίας,  $T$ , συναρτήσει της θέσης,  $x$ . Η καμπύλη που προκύπτει εκφράζει την κατανομή της θερμοκρασίας κατά μήκος της ράβδου όπως αυτή διαμορφώνεται στη μόνιμη κατάσταση.

### 30.6.4 Προσδιορισμός του συντελεστή θερμικής αγωγιμότητας, $\lambda$ , του μονωτικού φύλλου

1. Από τα δεδομένα των Πινάκων V και VI, σχεδιάστε, στο ίδιο διάγραμμα, τις δύο καμπύλες των θερμοκρασιών (η πρώτη οφείλεται στην απώλεια θερμότητας προς το περιβάλλον και η δεύτερη μέσω του μονωτικού φύλλου), ως συνάρτηση του χρόνου,  $t$ . Διαπιστώστε τη μικρή απώλεια θερμότητας προς το περιβάλλον.
2. Από τα δεδομένα του Πίνακα VI (με το μονωτικό φύλλο), υπολογίστε τις τιμές του  $\ln(T - T_\pi)$  και καταχωρήστε τις στην τρίτη στήλη του Πίνακα. Σημειώστε ότι οι λογάριθμοι που υπολογίζονται είναι οι φυσικοί.
3. Από τα ζεύγη τιμών  $t$ , και  $\ln(T - T_\pi)$  του Πίνακα VI, σχεδιάστε τη μεταβολή του  $\ln(T - T_\pi)$  ως συνάρτηση του χρόνου,  $t$ , και προσδιορίστε την κλίση,  $K$ , της ευθείας, καθώς και το σφάλμα της,  $\delta K$ , με τη γραφική μέθοδο (βλ. Εργαστηριακές Ασκήσεις Φυσικής, Τόμος I, Κεφ. Γ: Παράγρ. Γ7).
4. Από την κλίση της ευθείας και το σφάλμα της υπολογίστε την τιμή και το σφάλμα του συντελεστή θερμικής αγωγιμότητας,  $\lambda$ , του μονωτικού φύλλου (Εξ. 30.18).

$$\lambda = \dots \pm \dots$$

**Σημείωση:** Η ειδική θερμότητα του ορείχαλκου είναι  $c = 370 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ .