

Άσκηση 28

Μελέτη ακουστικών κυμάτων σε ηχητικό σωλήνα

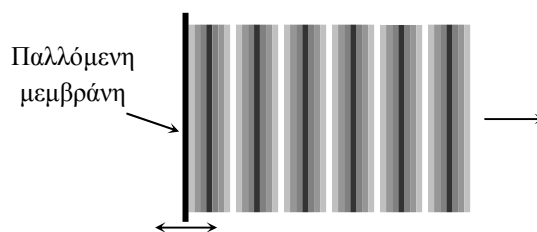
28.1 Σκοπός

Σκοπός της άσκησης είναι η μελέτη των στάσιμων ακουστικών κυμάτων μέσα σε ηχητικό σωλήνα. Θα καταγραφεί το στάσιμο κύμα ακουστικής πίεσης κατά μήκος του σωλήνα, όταν το ελεύθερό του άκρο είναι κλειστό και όταν το άκρο αυτό είναι ανοικτό, και θα μετρηθούν οι τέσσερις πρώτες συχνότητες συντονισμού στις δύο αυτές καταστάσεις. Θα προσδιορισθεί επίσης η ταχύτητα διάδοσης του ήχου με δύο μεθόδους: με τη μέθοδο των στάσιμων κυμάτων και με τη μέθοδο radar.

28.2 Θεωρία

Στερεά αντικείμενα, που πάλλονται ή ταλαντώνονται γύρω από τη θέση ισορροπίας τους και βρίσκονται σε άμεση επαφή με τον ατμοσφαιρικό αέρα, παράγουν ακουστικά κύματα που διαδίδονται προς όλες τις κατευθύνσεις. Τα κύματα αυτά προκαλούν μικρές κινήσεις των μορίων του αέρα γύρω από τη θέση ισορροπίας και η συχνότητα αυτής της κίνησης είναι η ίδια με εκείνη της ηχητικής πηγής. Η διεύθυνση ταλάντωσης των μορίων είναι η ίδια με τη διεύθυνση διάδοσης του ηχητικού κύματος, επομένως τα ακουστικά κύματα είναι **διαμήκη** κύματα.

Είναι προφανές ότι, εξαιτίας των μικρών αυτών κινήσεων των μορίων του αέρα, δημιουργούνται διακυμάνσεις της πυκνότητας του αέρα, αλλά και της πίεσης γύρω από τη μέση τιμή τους. Πράγματι, καθώς το σώμα ταλαντώνεται και η επιφάνειά του κινείται, π.χ. προς τα δεξιά (Σχ. 28.1), ο αέρας που βρίσκεται στη δεξιά της πλευρά συμπιέζεται και έτσι δημιουργείται ένα **πύκνωμα** (στο οποίο η πυκνότητα και η πίεση του αέρα είναι ελαφρώς μεγαλύτερες από τη μέση τιμή). Το πύκνωμα αυτό διαδίδεται προς τα δεξιά με την ταχύτητα του ήχου.



Σχήμα 28.1 Στιγμιότυπο της πίεσης που δημιουργεί στον αέρα μια παλλόμενη μεμβράνη. Το επίπεδο κύμα μεταδίδεται κανονικά και προς τις δύο κατευθύνσεις, αλλά εδώ, για λόγους εποπτείας, έχει παραλειφθεί το τμήμα του κύματος που διαδίδεται προς τα αριστερά.

Όταν, στη συνέχεια, το σώμα κινηθεί προς τα αριστερά, δημιουργείται στη δεξιά πλευρά του σώματος ένα **αραίωμα**, που και αυτό κινείται προς τα δεξιά με την ταχύτητα του ήχου. Έτσι, το παλλόμενο σώμα παράγει στον αέρα μία σειρά από πυκνώματα και αραιώματα, τα οποία διαδίδονται στο χώρο, είτε με τη μορφή επίπεδων ακουστικών κυμάτων, όταν οι διαστάσεις της πηγής είναι μεγαλύτερες από το μήκος κύματος του ήχου, είτε με τη μορφή σφαιρικών ακουστικών κυμάτων, όταν το μήκος κύματος είναι μεγαλύτερο από τις διαστάσεις της πηγής. Στο Σχ. 28.1 δίνεται ένα στιγμιότυπο της πίεσης που δημιουργεί στο χώρο μια παλλόμενη

μεμβράνη. Παρόλο που το ακουστικό κύμα διαδίδεται και προς την αντίθετη κατεύθυνση, για λόγους εποπτείας έχει παραλειφθεί στο σχήμα το τμήμα του κύματος που διαδίδεται προς τα αριστερά.

28.2.1 Στάσιμα ακουστικά κύματα

Τα **στάσιμα ακουστικά κύματα** δημιουργούνται από την υπέρθεση δύο κυμάτων y_1 και y_2 που συνυπάρχουν στον ίδιο χώρο και διαδίδονται προς αντίθετες κατευθύνσεις, έχουν ίσο μήκος κύματος, λ , και ίσο, ή περίπου ίσο, πλάτος ταλάντωσης, y_0 . Τέτοιες συνθήκες δημιουργούνται όταν το επίπεδο ακουστικό κύμα προσπίπτει κάθετα πάνω στην επίπεδη επιφάνεια ενός στερεού. Η μαθηματική επεξεργασία των στάσιμων ηχητικών κυμάτων μετατόπισης αναπτύσσεται αναλυτικά στο Παράρτημα, στο τέλος αυτής της άσκησης, όπου αποδεικνύεται ότι η εξίσωση ενός στάσιμου κύματος κατά μήκος του άξονα x ($x \geq 0$), είναι

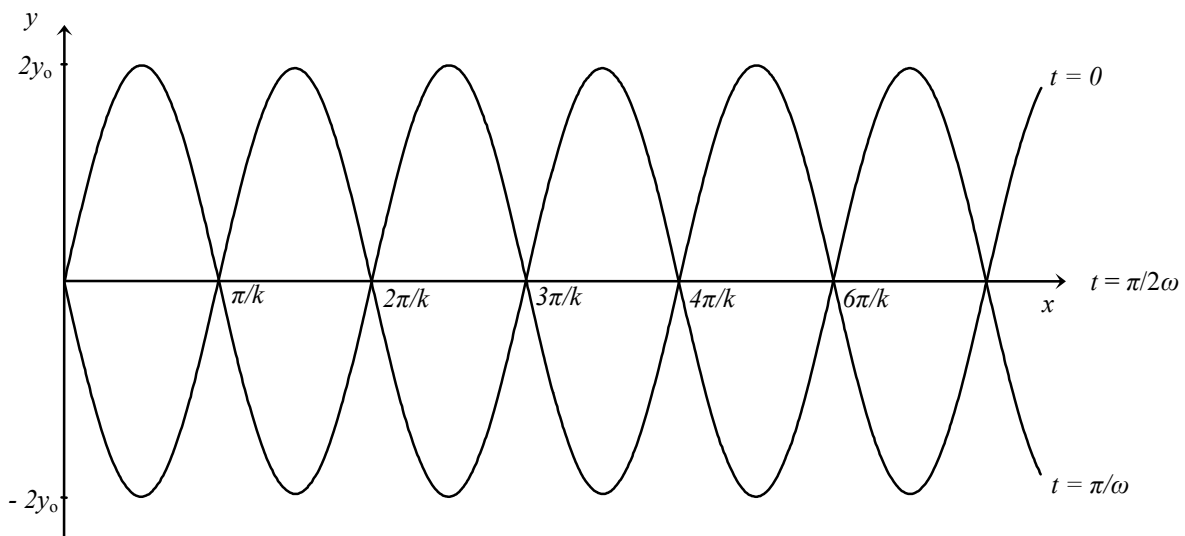
$$Y = y_1 + y_2 = 2y_0 \sin kx \cos(\omega t + a) \quad (28.1)$$

όπου $k = 2\pi/\lambda$ ο κυματικός αριθμός, $\omega = 2\pi f$ η κυκλική συχνότητα και a η αρχική φάση ταλάντωσης των μορίων στο σημείο $x = 0$, όπου βρίσκεται ο ανακλαστήρας. Όπως είναι γνωστό, το μήκος κύματος λ και η συχνότητα f συνδέονται με τη σχέση

$$v = \lambda f \quad (28.2)$$

όπου v η ταχύτητα διάδοσης του ήχου.

Η εικόνα ενός στάσιμου κύματος ως συνάρτηση της θέσης, x , δίνεται στο Σχ. 28.2. Πλην των δεσμών, όλα τα σημεία του στάσιμου κύματος πάλλονται με κυκλική συχνότητα ω .



Σχήμα 28.2 Στιγμαία κατανομή της μετατόπισης των μορίων ως συνάρτηση της θέσης σε διάφορες χρονικές περιόδους. Στις θέσεις $n\pi/k$ η μετατόπιση των μορίων είναι πάντα μηδέν (δεσμοί μετατόπισης), ενώ στις θέσεις $(2n + 1)\pi/2k$ η μετατόπισή τους είναι μέγιστη (κοιλίες μετατόπισης).

Οι θέσεις όπου η μετατόπιση των μορίων του αέρα είναι **πάντα** μηδενική ονομάζονται **δεσμοί μετατόπισης**, ενώ οι θέσεις στις οποίες η μετατόπιση είναι μέγιστη ονομάζονται **κοιλίες μετατόπισης**. Όπως αναμένεται (και όπως αποδεικνύεται στις Παράγρ. Π28.2 και Π28.3) οι **κοιλίες της μετατόπισης αντιστοιχούν σε δεσμούς της πίεσης και αντιστρόφως**.

28.2.2 Στάσιμα κύματα σε ηχητικούς σωλήνες

Ένας πολύ αποτελεσματικός τρόπος παραγωγής επίπεδων ακουστικών κυμάτων είναι η διέγερση και διάδοση των κυμάτων μέσα σε σωλήνες, τα πλευρικά τοιχώματα των οποίων λειτουργούν ως κυματοδηγοί και δεν επιτρέπουν τη διάδοση του ήχου προς όλες τις κατευθύνσεις. Έτσι, ο ήχος οδηγείται προς μία μόνο κατεύθυνση και δεν διαχέεται όπως στους ανοικτούς χώρους, οπότε μπορεί να διαδοθεί σε μεγάλες αποστάσεις, ανεξάρτητα από το αν ο άξονας του σωλήνα καμπυλώνεται.

Για τη διάδοση επίπεδων ακουστικών κυμάτων στους σωλήνες, *αρκεί η διάμετρος του σωλήνα να είναι πολύ μικρότερη από το μήκος, λ , του ηχητικού κύματος*. Για παράδειγμα, στη συχνότητα των 1000 Hz, το μήκος κύματος λ είναι περίπου 33 cm, οπότε η διάμετρος του σωλήνα μπορεί να είναι 3 – 5 cm. Στην πράξη ο όρος αυτός υλοποιείται πολύ πιο εύκολα από το να κατασκευάζει και να διεγείρει κανείς μεμβράνες με διάμετρο 3 – 5 m, ώστε σε κοντινή απόσταση από αυτές να δημιουργηθούν επίπεδα ακουστικά κύματα στην ίδια συχνότητα. Για τη διέγερση των ακουστικών κυμάτων στους σωλήνες μπορεί να χρησιμοποιηθεί ένα μικρό megάφωνο, η διάμετρος του οποίου να είναι όση και η διάμετρος του σωλήνα.

Αν στο ένα άκρο του σωλήνα τοποθετήσουμε μια παλλόμενη μεμβράνη και το μήκος του σωλήνα είναι άπειρο, τότε στο σωλήνα θα διαδίδεται μόνο το οδεύον κύμα. Αν όμως το μήκος του σωλήνα είναι πεπερασμένο και το άλλο άκρο του είναι π.χ. κλειστό με μια επίπεδη επιφάνεια, θα δημιουργηθούν μέσα στο σωλήνα στάσιμα κύματα. Η στήλη του αέρα μέσα στο σωλήνα, όπως και ένα στερεό σώμα, μπορεί να ταλαντώνεται κατά μήκος με ένα πλήθος N Κανονικών Τρόπων Ταλάντωσης (ΚΤΤ) (βλ. Άσκηση 23), που εξαρτώνται από τις οριακές συνθήκες που επικρατούν στα άκρα του σωλήνα. Εξετάζουμε τρεις βασικούς τύπους ηχητικών σωλήνων: (α) σωλήνα ανοικτό και στα δύο άκρα, (β) σωλήνα κλειστό μόνο κατά το ένα άκρο και (γ) σωλήνα κλειστό και στα δύο άκρα.

Από τη μαθηματική επεξεργασία των τρόπων ταλάντωσης στις τρεις αυτές περιπτώσεις προκύπτουν τα ακόλουθα αποτελέσματα για τις δυνατές τιμές του μήκους κύματος, λ_n , στον n -οστό ΚΤΤ:

(α) Σε **σωλήνα ανοικτό και στα δύο άκρα** είναι προφανές ότι και στα δύο άκρα θα έχουμε κοιλίες μετατόπισης. Η θεμελιώδης συχνότητα αντιστοιχεί σε ένα στάσιμο κύμα με δύο κοιλίες μετατόπισης στα ανοικτά άκρα και έναν δεσμό στο κέντρο του σωλήνα. Επειδή η απόσταση μεταξύ δύο κοιλιών είναι πάντα $\lambda/2$, στην περίπτωσή μας η απόσταση αυτή είναι ίση με το ακουστικό μήκος του σωλήνα L_α (βλ. Εξ. Π28.20). Συνεπώς, στη θεμελιώδη συχνότητα το μήκος κύματος του ήχου είναι $2L_\alpha$. Στον δεύτερο ΚΤΤ το στάσιμο κύμα έχει τρεις κοιλίες μετατόπισης και δύο δεσμούς, επομένως το μήκος κύματος ισούται με L_α , κ.ο.κ. Έτσι, οι ΚΤΤ της στήλης του αέρα μέσα στον σωλήνα αντιστοιχούν σε μήκη κύματος που δίνονται από τη σχέση

$$\lambda_n = \frac{2L_\alpha}{n} \quad (28.3)$$

όπου $n = 1, 2, 3, 4, \dots$

Στο Παράρτημα (Παράγρ. Π28.6) εξηγείται γιατί, στην περίπτωση ενός σωλήνα ανοικτού και στα δύο άκρα, το **ακουστικό μήκος** του σωλήνα, L_α , ισούται με $L + (2 \times 0,63R)$, όπου L και R το γεωμετρικό μήκος και η ακτίνα του ηχητικού σωλήνα, αντιστοίχως. Οι τρεις πρώτοι ΚΤΤ, δηλαδή τα στάσιμα κύματα *μετατόπισης* στον πρώτο, δεύτερο και τρίτο ΚΤΤ, για ένα σωλήνα με ανοικτά και τα δύο του άκρα, δίνονται στο Σχ. 28.3(α).

(β) Σε *σωλήνα με το ένα άκρο κλειστό και το άλλο ανοικτό* η θεμελιώδης συχνότητα αντιστοιχεί σε ένα στάσιμο κύμα με έναν δεσμό μετατόπισης στο κλειστό άκρο και μία κοιλία στο ανοικτό άκρο του σωλήνα. Οι ΚΤΤ μέσα στο σωλήνα αντιστοιχούν σε μήκη κύματος που δίνονται από τη σχέση

$$\lambda_n = \frac{4L_\alpha}{n} \quad (28.4)$$

όπου $n = 1, 3, 5, 7, \dots$

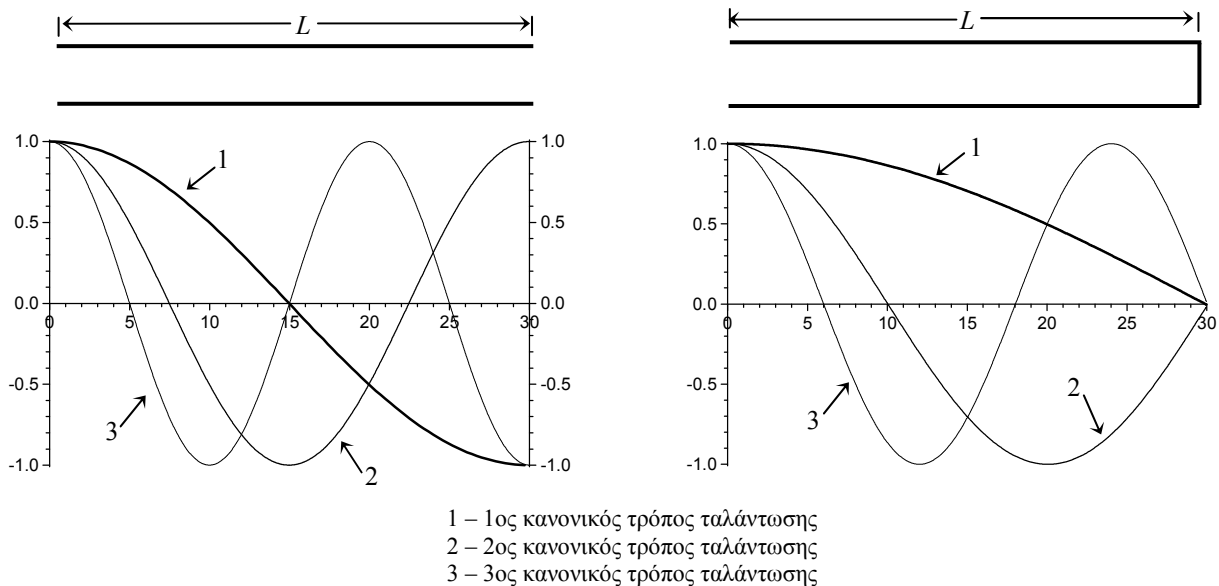
Στην περίπτωση αυτή, το *ακουστικό μήκος* του σωλήνα ισούται με $L_\alpha = L + 0,63R$ (Εξ. Π28.20). Οι τρεις πρώτοι ΚΤΤ, δηλαδή τα στάσιμα κύματα *μετατόπισης* στον πρώτο, δεύτερο και τρίτο ΚΤΤ, για ένα σωλήνα με ένα άκρο κλειστό και το άλλο ανοικτό, δίνονται στο Σχ. 28.3(β).

(γ) Τέλος, σε *σωλήνα κλειστό και στα δύο άκρα* η θεμελιώδης συχνότητα αντιστοιχεί σε ένα στάσιμο κύμα με δύο δεσμούς μετατόπισης στα κλειστά άκρα και μία κοιλία μετατόπισης στο κέντρο του σωλήνα. Οι ΚΤΤ του αέρα μέσα στο σωλήνα αντιστοιχούν σε μήκη κύματος που δίνονται από τη σχέση

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \quad (28.5)$$

όπου $n = 1, 2, 3, 4, \dots$

Εδώ, επειδή και τα δύο άκρα του σωλήνα είναι κλειστά, το ακουστικό του μήκος συμπίπτει με το γεωμετρικό.



(α)

(β)

Σχήμα 28.3 Η κατανομή των πλατών σε στάσιμα κύματα *μετατόπισης* στον πρώτο, δεύτερο και τρίτο ΚΤΤ, για έναν ηχητικό σωλήνα μήκους $L = 30 \text{ cm}$: (α) με ανοικτά και τα δύο άκρα και (β) με το ένα άκρο ανοικτό και το άλλο κλειστό.

28.2.3 Φαινόμενα συντονισμού στον ηχητικό σωλήνα.

Στον ηχητικό σωλήνα παρατηρούνται φαινόμενα συντονισμού, όπου με τη λέξη *συντονισμός* αποδίδουμε την έντονη αντίδραση του ταλαντωτή σε κάποια συχνότητα διέγερσης. Στην προκειμένη περίπτωση ο ταλαντωτής είναι η στήλη του αέρα μέσα στον ηχητικό σωλήνα

και η διέγερση γίνεται με τη μεμβράνη του μεγαφώνου που βρίσκεται στο αριστερό άκρο του σωλήνα. Στο συντονισμό οι βασικές παράμετροι του ήχου (μετατόπιση, πίεση) μεγιστοποιούνται και αυξάνονται Q φορές, όπου Q είναι ο συντελεστής ποιότητας του ταλαντωτή.

Ο ισχυρισμός ότι στον κλειστό και στα δύο άκρα, λόγω χάρη, σωλήνα αυτός θα συντονιστεί στις συχνότητες που αντιστοιχούν σε μήκη κύματος $\lambda_n = 2L/n$, ισχύει μόνο για σωλήνες με μηδενικές απώλειες ή με άπειρο συντελεστή ποιότητας Q . Στους ηχητικούς σωλήνες με απώλειες οι πειραματικές συχνότητες συντονισμού διαφέρουν ελαφρώς από τις τιμές που αντιστοιχούν στα $\lambda_n = 2L/n$. Επομένως, όσο μεγαλύτερες είναι οι ακουστικές απώλειες στον σωλήνα τόσο μεγαλύτερη θα είναι η προαναφερθείσα διαφορά, ενώ οι δύο τιμές συμπίπτουν μόνο στο όριο, δηλαδή όταν $Q = \infty$.

28.3 Μέθοδος

Στην άσκηση αυτή μελετάμε τη δημιουργία στάσιμων ηχητικών κυμάτων μέσα σε σωλήνα κλειστό και στα δύο άκρα, καθώς και σε σωλήνα με το ένα άκρο κλειστό και το άλλο ανοικτό. Τα ηχητικά κύματα διεγείρονται μέσα στον ηχητικό σωλήνα με τη βοήθεια ενός μεγαφώνου που συνδέεται στο ένα άκρο του σωλήνα.

Με τη βοήθεια ενός μικροφώνου, που μπορεί να μετακινείται στο εσωτερικό του σωλήνα και παράγει ηλεκτρικό σήμα ανάλογο της ακουστικής πίεσης, μπορούμε να μελετήσουμε τη συμπεριφορά των κυμάτων που διαδίδονται μέσα στο σωλήνα. Τονίζουμε ότι το σήμα που παράγει το μικρόφωνο είναι ανάλογο προς την **ακουστική πίεση** και όχι προς τη μετατόπιση. Επομένως, στην πειραματική διάταξη μετράται και μελετάται η συνάρτηση κατανομής της ακουστικής πίεσης (Εξ. Π28.8) και όχι της μετατόπισης.

Το ηλεκτρικό σήμα του μικροφώνου, αφού ενισχυθεί κατάλληλα με τη βοήθεια ενός ενισχυτή, διοχετεύεται στο ένα κανάλι ενός παλμογράφου, το άλλο κανάλι του οποίου είναι συνδεδεμένο στην έξοδο μίας γεννήτριας παλμών που διεγείρει και το μεγάφωνο. Έτσι στην οθόνη του παλμογράφου παρατηρούμε το σήμα του μικροφώνου σε σχέση με το σήμα που διεγείρει το μεγάφωνο, το οποίο χρησιμεύει ως σήμα αναφοράς. Το σήμα αναφοράς χρησιμεύει και για το συγχρονισμό του παλμογράφου.

Μετρώντας την ένταση του σήματος του μικροφώνου πολύ κοντά στο μεγάφωνο (που αποτελεί κοιλία πίεσης και δεσμό μετατόπισης), μπορούμε να προσδιορίσουμε τις συχνότητες συντονισμού του σωλήνα, τις συχνότητες δηλαδή εκείνες για τις οποίες η απόκριση του μικροφώνου εμφανίζει μέγιστα.

Μετακινώντας το μικρόφωνο κατά μήκος του σωλήνα, μπορούμε να ανιχνεύσουμε τις κοιλίες και τους δεσμούς της πίεσης των στάσιμων κυμάτων που δημιουργούνται μέσα στο σωλήνα, για σωλήνα κλειστό κατά το ένα ή και κατά τα δύο άκρα.

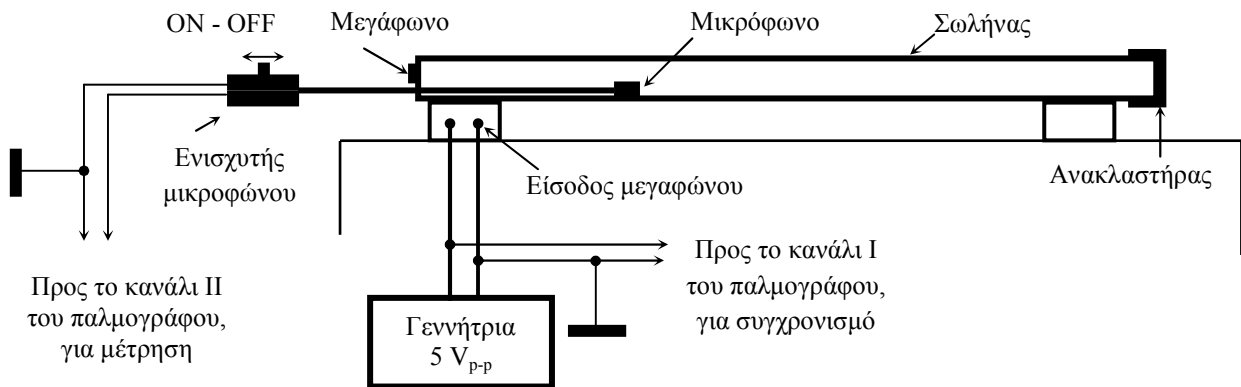
Τροφοδοτώντας, στη συνέχεια, το μεγάφωνο με ορθογώνιους παλμούς και παρατηρώντας στην οθόνη του παλμογράφου τους διαδιδόμενους και ανακλώμενους κρουστικούς ηχητικούς παλμούς, μετράμε την ταχύτητα του ήχου με τη μέθοδο radar, όπως περιγράφεται στην «Εκτέλεση», Παράγρ. 28.4.3.

28.4 Πειραματική διάταξη

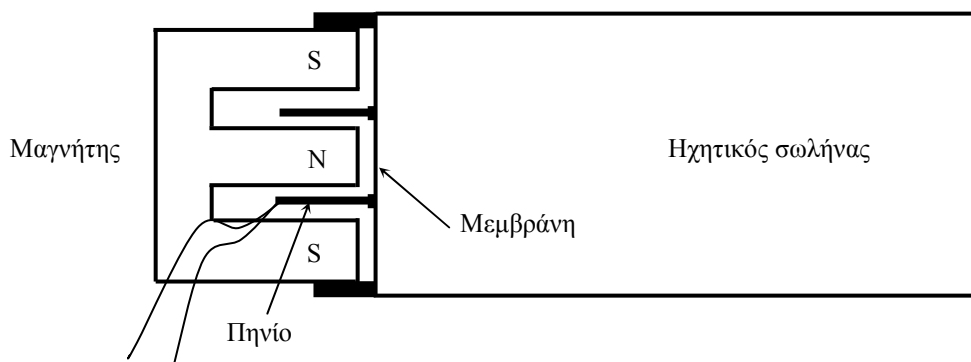
Η πειραματική διάταξη περιλαμβάνει (Σχ. 28.4):

- Μία γεννήτρια παλμών για την τροφοδοσία του μεγαφώνου (βλ. Άσκηση 21, Παράγρ. 21.4.1).

- Ένα μεγάφωνο για την παραγωγή ακουστικών κυμάτων στον ηχητικό σωλήνα.
- Έναν ηχητικό σωλήνα κατασκευασμένο από πλεξιγκλάς, μήκους 90 cm και εσωτερικής διαμέτρου 3,2 cm, στο ένα άκρο του οποίου βρίσκεται το μεγάφωνο, ενώ το άλλο μπορεί να είναι ανοικτό ή να κλείνει με τη βοήθεια ενός επίπεδου ανακλαστήρα.
- Ένα μικρόφωνο για την ανίχνευση του ήχου που διαδίδεται μέσα στο σωλήνα.
- Έναν ενισχυτή του σήματος του μικροφώνου, που τίθεται σε λειτουργία μέσω ενός διακόπτη, ο οποίος βρίσκεται πάνω στο κάλυμμά του.
- Έναν παλμογράφο 2 καναλιών (βλ. Άσκηση 15, *Εργαστηριακές Ασκήσεις Φυσικής*, Τόμος I).



Σχήμα 28.4 Σχηματική παράσταση της πειραματικής διάταξης για τη μελέτη ακουστικών κυμάτων μέσα σε ηχητικό σωλήνα.



Σχήμα 28.5 Η σύνδεση του μεγαφώνου με τον ηχητικό σωλήνα.

Στο αριστερό άκρο του σωλήνα βρίσκεται η πηγή του ήχου, το μεγάφωνο, ενώ στο δεξί άκρο βρίσκεται ο ανακλαστήρας, ο οποίος μπορεί να αφαιρεθεί. Ο συντελεστής ανάκλασης της μεμβράνης του μεγαφώνου είναι σχεδόν όσος και του ανακλαστήρα. Έτσι, όταν το μεγάφωνο δεν τροφοδοτείται, η μεμβράνη του συμπεριφέρεται ως ανακλαστήρας, ενώ όταν τροφοδοτείται από τη γεννήτρια, εκτελεί καθορισμένη κίνηση του τύπου $y_1(t) = y_0 \sin \omega t$. Όμως, επειδή το πλάτος ταλάντωσης της μεμβράνης είναι πολύ μικρό, ενώ το μήκος κύματος των ηχητικών κυμάτων είναι της τάξης του 1 m, για τα ανακλώμενα κύματα που προσπίπτουν στην επιφάνειά της η μεμβράνη συμπεριφέρεται σαν ακίνητος ανακλαστήρας. Συνεπώς, το αριστερό άκρο του σωλήνα είναι μονίμως κλειστό με τη μεμβράνη του μεγαφώνου. Όταν και το δεξί άκρο του σωλήνα είναι κλειστό με τον ανακλαστήρα, ο σωλήνας της πειραματικής διάταξης αποτελεί σωλήνα με κλειστά και τα δύο άκρα του. Όταν ο ανακλαστήρας αφαιρείται, το ένα άκρο του

σωλήνα είναι κλειστό (το κλείνει η μεμβράνη του μεγαφώνου) ενώ το άλλο είναι ανοικτό. Θεωρούμε επίσης ότι η μεμβράνη είναι ακλόνητη, ότι δηλαδή η κίνησή της δεν επηρεάζεται από τα ακουστικά φαινόμενα που διαδραματίζονται μέσα στο σωλήνα.

Βιβλιογραφία

1. H. D. Young, *Πανεπιστημιακή Φυσική*, Τόμος Α': *Μηχανική-Θερμοδυναμική*, Εκδόσεις Παπαζήση (Αθήνα 1994), Κεφ. 20: Παράγρ. 20.2, 20.4, 20.5.
2. H. C. Ohanian, *Φυσική*, Τόμος Α': *Μηχανική-Θερμοδυναμική*, Εκδόσεις Συμμετρία (Αθήνα 1991), Κεφ.16: Παράγρ. 16.6, Κεφ.17: Παράγρ. 17.2.
3. H. J. Pain, *Φυσική των ταλαντώσεων και των κυμάτων*, 3η έκδοση, Εκδόσεις Συμμετρία (Αθήνα 1990), Κεφ. 4: Παράγρ. 4.11, Κεφ. 5: Παράγρ. 5.2, 5.4, 5.8.
4. F. S. Crawford, *Μαθήματα Φυσικής Πανεπιστημίου Berkeley*, Τόμος 3: *Κυματική*, Εργαστήρια Φυσικής Ε.Μ.Π. (Αθήνα 1979), Κεφ. 2: Παράγρ. 2.2, Κεφ. 4: Παράγρ. 4.2, 4.4, Κεφ. 5: Παράγρ. 5.3.

28.5 Εκτέλεση

28.5.1 Εισαγωγικά

Στην άσκηση αυτή γίνονται πειράματα δύο ειδών: Πειράματα με σήματα αρμονικά, δηλαδή ημιτονικά, και πειράματα με κρουστικούς ηχητικούς παλμούς. Σημειώνουμε ότι και τα δύο είδη πειραμάτων διεξάγονται σε ενιαία πειραματική διάταξη που δίνεται στο Σχ. 28.4. Έτσι, για την εκτέλεση των πειραμάτων:

1. Συναρμολογήστε το κύκλωμα που δίνεται στο Σχ. 28.4. Στο κανάλι ChI θα βλέπουμε το σήμα της γεννήτριας, που θεωρείται σήμα αναφοράς, ενώ στο κανάλι ChII θα βλέπουμε την απόκριση του μικροφώνου.
2. Θέστε σε λειτουργία τον παλμογράφο και τη γεννήτρια. Η ευαισθησία του παλμογράφου στο κανάλι που συνδέεται το μικρόφωνο (ChII) πρέπει να είναι ίση με 50 mV/div. Η τάση της γεννήτριας πρέπει να είναι 5 V_{p-p}, και η αρχική τιμή της συχνότητας περίπου 50 Hz.
3. Θέστε σε λειτουργία τον ενισχυτή του μικροφώνου.

28.5.2 Πειράματα με ημιτονικά σήματα

1. Ρυθμίστε τον μεταγωγό της γεννήτριας ώστε να παράγει ημιτονικό σήμα και τοποθετήστε το μικρόφωνο κοντά στη μεμβράνη του μεγαφώνου, όπου αναμένεται να υπάρχει κοιλία της ακουστικής πίεσης και δεσμός της μετατόπισης.
2. Αρχίζοντας από μια συχνότητα περίπου ίση με 50 Hz, αρχίστε να αυξάνετε τη συχνότητα, f , αργά και, μετρώντας την απόκριση του μικροφώνου στον παλμογράφο, σημειώστε τις πρώτες τέσσερις τιμές της συχνότητας, f_1, f_2, f_3 και f_4 , για τις οποίες η ακουστική πίεση μεγιστοποιείται. Οι συχνότητες αυτές αντιστοιχούν στις 4 πρώτες συχνότητες συντονισμού του σωλήνα.
3. Μετακινώντας το μικρόφωνο κατά μήκος του σωλήνα (0 – 90 cm), με βήμα 5 cm, μετρήστε το πλάτος του σήματος του μικροφώνου ψ (ChII) ως συνάρτηση της απόστασης x από το μεγάφωνο στην πρώτη (f_1) και στη δεύτερη (f_2) συχνότητα συντονισμού, και συμπληρώστε τον Πίνακα I.

Πίνακας I

Σωλήνας με τα δύο άκρα κλειστά

x (cm)	ψ_1 $f = f_1$	ψ_2 $f = f_2$
0		
5		
10		
...		

4. Αφαιρέστε τον ανακλαστήρα από το σωλήνα και επαναλάβετε τις μετρήσεις των βημάτων 1, 2 και 3, συμπληρώνοντας τον Πίνακα II.

Πίνακας II

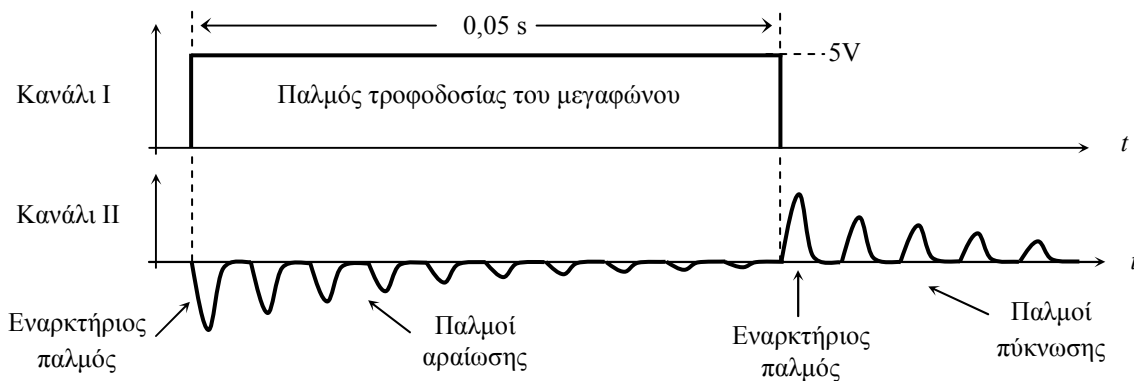
Σωλήνας με το ένα άκρο κλειστό και το άλλο ανοικτό

x (cm)	ψ_1 $f = f_1$	ψ_2 $f = f_2$
0		
5		
10		
...		

5. Όταν καταγράφετε την κατανομή της πίεσης κατά μήκος του σωλήνα προσέξτε πώς αλλάζει η φάση ταλάντωσης στα τμήματα που βρίσκονται δεξιά και αριστερά από έναν δεσμό. Συγκρίνετε τη φάση του σήματος του μικροφώνου (ChII) με το σήμα αναφοράς που βλέπετε στο κανάλι ChI του παλμογράφου.
6. Μετρήστε τη θερμοκρασία του περιβάλλοντος.

28.5.3 Πειράματα με κρουστικούς ηχητικούς παλμούς – Μέτρηση της ταχύτητας του ήχου με τη μέθοδο radar

1. Ρυθμίστε τη γεννήτρια ώστε να παράγει ορθογώνιους ηλεκτρικούς παλμούς, με συχνότητα επανάληψης $f = 10$ Hz και πλάτος 5 V. Τοποθετήστε το μικρόφωνο πολύ κοντά στο μεγάφωνο (κάτω από αυτό) και βεβαιωθείτε ότι το ελεύθερο άκρο του σωλήνα είναι κλειστό. Στην οθόνη του παλμογράφου, φέρτε το σήμα αναφοράς (ChI) στο πάνω μέρος της οθόνης και το σήμα του μικροφώνου (ChII) στο κάτω, ώστε κάτω από το μέτωπο του παλμού αναφοράς να εμφανιστεί η απόκριση του μικροφώνου. Ρυθμίζοντας κατάλληλα τον παλμογράφο, θα εμφανιστεί στην οθόνη του μια εικόνα παρόμοια με αυτή που φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα (Σχ. 28.6).



Σχήμα 28.6. Οι παλμοί του μικροφώνου από διαδοχικές ανακλάσεις του ήχου, όταν το ελεύθερο άκρο του σωλήνα είναι κλειστό, όπως αυτοί φαίνονται στην οθόνη του παλμογράφου.

Τα φαινόμενα που παρατηρούμε είναι τα ακόλουθα:

Στην άνοδο του παλμού, όταν δηλαδή η τάση της γεννήτριας γίνεται απότομα 5 V, το μαγνητικό πεδίο του πηνίου έλκει τη μεμβράνη του μεγαφώνου (Σχ. 28.5) και αυτή μετατοπίζεται (ελάχιστα) προς τα αριστερά. Από τη στιγμή αυτή στο σωλήνα αρχίζει να διαδίδεται ένας κρουστικός παλμός αραιώσης. Στον παλμό αυτό το μικρόφωνο ανταποκρίνεται με έναν στενό (π.χ. αρνητικό) παλμό τάσης.

Ύστερα από 0,05 s, όταν η τάση της γεννήτριας από 5 V απότομα μηδενιστεί, η μεμβράνη απότομα μετακινείται (ελάχιστα) προς τα δεξιά και επιστρέφει στην αρχική της θέση. Από τη στιγμή αυτή στο σωλήνα αρχίζει να διαδίδεται ο κρουστικός παλμός πύκνωσης. Στον παλμό αυτό, το μικρόφωνο ανταποκρίνεται με έναν στενό (θετικό) παλμό τάσης.

Τον πρώτο παλμό του μικροφώνου θα τον ονομάσουμε εναρκτήριο, διότι δημιουργείται σχεδόν ακαριαία λόγω μικρής απόστασης (1 cm) του μικροφώνου από το μεγάφωνο. Ο δεύτερος παλμός παράγεται από τον εναρκτήριο παλμό που ταξίδεψε στο σωλήνα από τη μεμβράνη ως τον ανακλαστήρα και, μετά από ανάκλαση στο άλλο άκρο, επέστρεψε στην περιοχή του μικροφώνου, δημιουργώντας έτσι την πρώτη ηχώ. Η πρώτη ηχώ θα ανακλαστεί από τη μεμβράνη του μεγαφώνου και θα αρχίσει και πάλι να ταξιδεύει προς τον ανακλαστήρα, όπου θα ανακλαστεί για δεύτερη φορά, δημιουργώντας τη δεύτερη ηχώ κ.ο.κ. Έτσι, οι διαδοχικές ανακλάσεις του αρχικού κρουστικού παλμού από τον ανακλαστήρα και τη μεμβράνη θα δημιουργήσουν στην έξοδο του μικροφώνου μια σειρά ηλεκτρικών παλμών, το ύψος των οποίων, λόγω απωλειών, μειώνεται εκθετικά. Διακρίνεται με βεβαιότητα ακόμη και ο παλμός που αντιστοιχεί στη δεκάτη ηχώ (Σχ. 28.6).

Η εικόνα των παλμών που βλέπει κανείς στο κανάλι του μικροφώνου μπορεί να αξιοποιηθεί για τη μέτρηση της ταχύτητας του ήχου με τη μέθοδο radar. Στη μέθοδο αυτή μετράμε το χρονικό διάστημα κατά το οποίο ο κρουστικός παλμός διανύει την απόσταση «μπρος-πίσω», καθώς αυτός ταξιδεύει στο σωλήνα. Για να μετρηθεί ο χρόνος αυτός στην οθόνη του παλμογράφου με ικανοποιητική ακρίβεια, είναι προτιμότερο να μετρηθεί ο χρόνος π.χ. 10 διαδρομών και όχι μίας. Υπενθυμίζουμε ότι, στον ηχητικό σωλήνα της πειραματικής διάταξης, το μήκος της διαδρομής «μπρος-πίσω» που διανύει ο ήχος είναι $(1,800 \pm 0,002)$ m.

2. Μετρήστε το χρόνο των 8-10 διαδοχικών διαδρομών «μπρος – πίσω» του κρουστικού παλμού στον κλειστό σωλήνα. Σημειώστε τιμή και σφάλμα.

3. Αφαιρέστε τον ανακλαστήρα από το δεξί άκρο του σωλήνα. Παρατηρήστε ότι η εικόνα των παλμών που βλέπετε τώρα στην οθόνη του παλμογράφου έχει τη μορφή του Σχ. 28.7.



Σχήμα 28.7 Οι παλμοί του μικροφώνου από διαδοχικές ανακλάσεις του ήχου, όταν το ελεύθερο άκρο του σωλήνα είναι ανοικτό, όπως αυτοί φαίνονται στην οθόνη του παλμογράφου (Βλ. Παράγρ Π28.6).

4. Σβήστε όλα τα όργανα και τον ενισχυτή του μικροφώνου, για να μην αδειάσει η μπαταρία του.

28.5 Επεξεργασία των μετρήσεων

28.6.1 Πειράματα με ημιτονικά σήματα

1. Σημειώστε σε έναν πίνακα τις συχνότητες συντονισμού που μετρήσατε στα δύο πειράματα. Συμπληρώστε δίπλα τις θεωρητικές τιμές που προκύπτουν από την ανάλυση των κανονικών τρόπων ταλάντωσης και την ταχύτητα του ήχου διορθωμένη στη θερμοκρασία του πειράματος. Συμφωνούν οι πειραματικές τιμές με τις θεωρητικά αναμενόμενες; Αν όχι, αιτιολογήστε τις διαφορές.
2. Σχεδιάστε σε ένα χαρτί μιλιμετρέ την κατανομή της πίεσης στους δύο πρώτους ΚΤΤ, όταν το ελεύθερο άκρο του σωλήνα είναι κλειστό.
3. Σχεδιάστε σε ένα δεύτερο χαρτί μιλιμετρέ την κατανομή της πίεσης στους δύο πρώτους ΚΤΤ, όταν το ελεύθερο άκρο του σωλήνα είναι ανοικτό.
4. Από τις τέσσερις αυτές κατανομές της πίεσης υπολογίστε την ταχύτητα του ήχου και συγκρίνετέ την με τη θεωρητική της τιμή (Εξ. 28.6, βλ. παρακάτω). Ο υπολογισμός πρέπει να γίνει από εκείνη την γραφική παράσταση που σας δίνει το λ , και επομένως και το v , με τη μεγαλύτερη ακρίβεια. Αιτιολογήστε την επιλογή της καμπύλης.

28.6.2 Πειράματα με κρουστικούς ηχητικούς παλμούς - Μέτρηση της ταχύτητας του ήχου με τη μέθοδο radar

1. Από την τιμή του χρόνου που μετρήσατε για 8-10 διαδρομές του κρουστικού παλμού και το γνωστό μήκος της διαδρομής «μπρος-πίσω», υπολογίστε την ταχύτητα του ήχου (τιμή και σφάλμα) με τη μέθοδο radar και συγκρίνετέ την με την τιμή που προσδιορίσατε στο προηγούμενο πείραμα και με τη θεωρητική της τιμή (Εξ. 28.6).
2. Ερμηνεύστε την εικόνα των κρουστικών παλμών που βλέπατε στην οθόνη του παλμογράφου, όταν το ελεύθερο άκρο του σωλήνα ήταν ανοικτό (Σχ. 28.7).

ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΗ: Η ταχύτητα του ήχου, v , στα αέρια εξαρτάται από τη θερμοκρασία, κυρίως λόγω της εξάρτησης της πυκνότητας του αερίου από τη θερμοκρασία. Όπως αποδεικνύεται (βλ. Παράγρ. Π28.4), η ταχύτητα του ήχου σε θερμοκρασία θ (σε βαθμούς Κελσίου) δίνεται, με καλή προσέγγιση, από τη σχέση:

$$v_{\theta} = v_0 + 0,606\theta \quad (28.6)$$

όπου v_0 είναι η ταχύτητα του ήχου μέσα στο αέριο στους 0°C . Στον αέρα, και υπό κανονικές συνθήκες, η ταχύτητα του ήχου μετράται πειραματικά ίση με $331,8 \text{ m/s}$.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ (Π28)

Π28.1 Στάσιμα ακουστικά κύματα

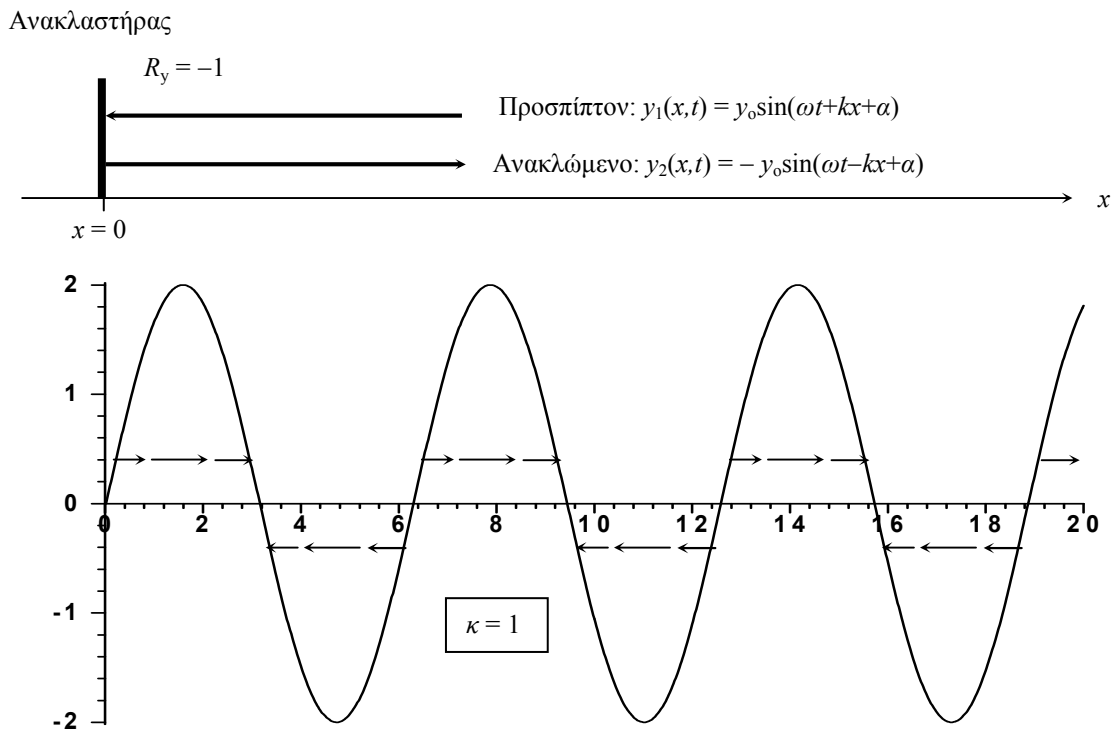
Έστω ότι το επίπεδο ακουστικό κύμα διαδίδεται προς τις αρνητικές τιμές του άξονα x και ότι, στο σημείο $x = 0$, προσπίπτει κάθετα στην επιφάνεια ενός επίπεδου στερεού, δηλαδή του ανακλαστήρα. Θα θεωρήσουμε ακόμη ότι το κύμα δεν εξασθενεί κατά τη διάδοσή του. Αν στο προσπίπτον κύμα η μετατόπιση των μορίων από τη θέση ισορροπίας τους είναι $y_1(x, t) = y_0 \sin(\omega t + kx + a)$, όπου y_0 είναι το πλάτος ταλάντωσης, ω η κυκλική συχνότητα, $k = 2\pi/\lambda$ ο κυματικός αριθμός και a η αρχική φάση ταλάντωσης των μορίων στο σημείο $x = 0$, τότε η εξίσωση του ανακλώμενου κύματος είναι $y_2(x, t) = R_y y_1(x, t) = -y_0 \sin(\omega t - kx + a)$, όπου R_y είναι ο **συντελεστής ανάκλασης** του ήχου για τη μετατόπιση (βλ. Παράγρ. Π28.5). Η συμβολή των δύο κυμάτων δίνει:

$$\begin{aligned} \Sigma(x, t) &= y_1 + y_2 = y_0 \sin(\omega t + kx + a) - y_0 \sin(\omega t - kx + a) \\ &= 2y_0 \sin kx \cos \omega t \end{aligned} \quad (\text{Π28.1})$$

Η Εξ. (Π28.1) είναι η κλασσική συνάρτηση στάσιμου κύματος που μπορεί να γραφεί σε μορφή γινομένου δύο συναρτήσεων. Η μία είναι συνάρτηση μόνο του x και η άλλη μόνο του t :

$$\Sigma(x, t) = y_1 + y_2 = Y(x)f(t) \quad (\text{Π28.2})$$

όπου η $f(t)$ είναι μια αρμονική συνάρτηση του χρόνου και η $Y(x)$ είναι η λεγόμενη **συνάρτηση κατανομής των πλατών**.



Σχήμα Π28.1 Η κατανομή των πλατών στο στάσιμο κύμα μετατόπισης τη στιγμή $t = 0$. Τα βέλη δείχνουν τη φορά μετακίνησης των μορίων στο αντίστοιχο διάστημα. Μετά από χρόνο $t = \pi/\omega$ η καμπύλη θα έχει αντιστραφεί πλήρως ως προς τον άξονα x .

Στο Σχ. Π28.1 παριστάνεται ένα στάσιμο κύμα μετατόπισης τη στιγμή $t = 0$. Τα βέλη δείχνουν τη φορά μετακίνησης των μορίων στο αντίστοιχο διάστημα. Στο επόμενο ήμισυ της περιόδου, δηλαδή μετά από χρόνο $t = \pi/\omega$, η καμπύλη θα έχει πλήρως αντιστραφεί ως προς τον άξονα x . Όπως βλέπουμε, σε μερικά σημεία του χώρου το πλάτος ταλάντωσης των μορίων έχει τιμή διπλάσια εκείνου του προσπίπτοντος (**κοιλίες μετατόπισης**). Αντίστοιχα υπάρχουν σημεία όπου το πλάτος είναι πάντα μηδέν (**δεσμοί μετατόπισης**). Οι κοιλίες και οι δεσμοί ορίζονται από τα μηδενικά και τα ακρότατα της συνάρτησης κατανομής:

$$Y(x) = 2x_0 \sin kx \quad (\text{Π28.3})$$

Έτσι, οι κοιλίες βρίσκονται στα σημεία, για τα οποία ισχύει

$$kx_{\kappa} = \frac{\pi}{2} + n\pi \quad (\text{Π28.4})$$

όπου $n = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$

ενώ οι δεσμοί βρίσκονται στα σημεία, για τα οποία ισχύει

$$kx_{\delta} = n\pi \quad (\text{Π28.5})$$

όπου $n = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$

Π28.2 Οι φάσεις ταλαντώσεων των μορίων

Στο στάσιμο κύμα τα μόρια του αέρα ταλαντώνονται με δύο διακριτές φάσεις. Τη μία από αυτές μπορούμε να τη θεωρήσουμε μηδενική. Έστω ότι στη μηδενική φάση ταλαντώνονται τα μόρια που βρίσκονται στο διάστημα $0 < x < \pi$ (Σχ. Π28.1), δηλαδή στο διάστημα μεταξύ δύο δεσμών, όπου $Y(x) = 0$. Στο διάστημα αυτό τα μόρια ταλαντώνονται με διαφορετικό πλάτος, **αλλά με την ίδια φάση**.

Στο αμέσως διπλανό διάστημα $\pi < x < 2\pi$, όπου $Y(x) < 0$, η φάση ταλάντωσης των μορίων διαφέρει από εκείνη του προηγούμενου διαστήματος κατά 180° . Συνεπώς, τα σημεία όπου $Y(x) = 0$ είναι σημεία απότομης μεταβολής της φάσης ταλάντωσης κατά 180° . Φυσικά, ύστερα από χρόνο $t = \pi/\omega$, οι φάσεις αυτές αντιστρέφονται. Συνοψίζοντας, μπορούμε να πούμε ότι η συνάρτηση κατανομής $Y(x)$ περιέχει δύο πληροφορίες:

- Η απόλυτη τιμή της $Y(x)$ μας δίνει το πλάτος ταλάντωσης των μορίων στο σημείο x .
- Το πρόσημο της $Y(x)$ μας πληροφορεί για τη φάση ταλάντωσης των μορίων στο συγκεκριμένο διάστημα.

Βλέπουμε ότι δεξιά και αριστερά από τους δεσμούς τα μόρια κινούνται προς την αντίθετη κατεύθυνση (Σχ. Π28.1). Αν σε κάποιο δεσμό τα μόρια συνωστίζονται (πύκνωμα), στον διπλανό δεσμό τα μόρια απομακρύνονται το ένα από το άλλο (αραιώμα). Συνεπώς, στους δεσμούς μετατόπισης αναμένεται να υπάρχει **κοιλία πίεσης**. Στο Σχ. Π28.1, στο σημείο $x = 3,2$, δημιουργείται πύκνωμα και η πίεση κάποια στιγμή θα αποκτήσει τη μέγιστη θετική τιμή ενώ, αντίθετα, στο σημείο $x = 6,4$ δημιουργείται αραιώμα και η πίεση εδώ κάποια στιγμή θα αποκτήσει την ελάχιστη τιμή.

Ταλάντωση των μορίων με αντίθετη φάση γύρω από τους δεσμούς σημαίνει κίνηση των μορίων προς αντίθετες κατευθύνσεις. Αυτό γίνεται πιο σαφές όταν εξετάσει κανείς το χαρακτήρα της κίνησης των μορίων στα δύο διπλανά διαστήματα που τα χωρίζει ένας δεσμός μετατόπισης. Στα διαστήματα που βρίσκονται δεξιά και αριστερά από τους δεσμούς μετατόπισης (βελάκια στο Σχ. Π28.1), τα μόρια του αέρα κινούνται ή ομόρροπα (τα μεν

πλησιάζουν τα δε) ή αντίρροπα (τα μεν απομακρύνονται από τα δε). Στους δεσμούς μετατόπισης, όπου η κίνηση των μορίων στα δύο διπλανά διαστήματα είναι αντίρροπη, αναμένουμε να υπάρχει αραίωση του αέρα. Ενώ εκεί όπου η κίνηση των μορίων στα διπλανά διαστήματα είναι ομόρροπη, αναμένουμε αύξηση της πίεσης κ.ο.κ. Επομένως, οι κοιλίες της ακουστικής πίεσης βρίσκονται στους δεσμούς μετατόπισης. Δεν πρέπει να μας διαφεύγει το γεγονός ότι τα βελάκια στο σχήμα διατηρούν τη φορά αυτή μόνο κατά τη μισή περίοδο της ταλάντωσης. Στο επόμενο ήμισυ της περιόδου τα βελάκια θα αλλάξουν τη φορά τους και επομένως, εκεί όπου τα μόρια συνωστιζόνταν, τώρα θα αραιώνουν και εκεί όπου αυτά προηγουμένως αραιώναν, τώρα θα συνωστιζόνταν κ.ο.κ.

Π28.3 Κοιλίες και δεσμοί της ακουστικής πίεσης στα στάσιμα κύματα

Έστω ότι η κυματική εξίσωση της πίεσης είναι όμοια με αυτή που εξετάσαμε στην περίπτωση των στάσιμων κυμάτων μετατόπισης: $\Psi_1(x, t) = p_0 \sin(\omega t + kx + a)$ για το προσπίπτον και $\Psi_2(x, t) = p_0 \sin(\omega t - kx + a)$ για το ανακλώμενο.

Ο συντελεστής ανάκλασης για την πίεση είναι 1 (βλ. Παράγρ. Π28.5), επομένως η συμβολή των δύο κυμάτων δίνει

$$\begin{aligned}\Sigma(x, t) &= \Psi_1 + \Psi_2 = p_0 \sin(\omega t + kx + a) + p_0 \sin(\omega t - kx + a) \\ &= 2p_0 \cos kx \sin(\omega t + a)\end{aligned}\quad (\text{Π28.6})$$

Η Εξ. (Π28.6) παριστάνει ένα στάσιμο κύμα και μπορεί και πάλι να γραφτεί με τη μορφή:

$$\Sigma(x, t) = \Psi_1 + \Psi_2 = \Psi(x)f(t) \quad (\text{Π28.7})$$

όπου $f(t)$ είναι μια αρμονική συνάρτηση του χρόνου και $\Psi(x)$ είναι η συνάρτηση κατανομής των πλατών πίεσης. Όπως βλέπουμε, πάνω στον ανακλαστήρα και σε μερικά άλλα σημεία η ακουστική πίεση έχει διπλάσια τιμή από εκείνην του προσπίπτοντος (**κοιλίες πίεσης**). Αντιστοίχως υπάρχουν σημεία όπου η ακουστική πίεση είναι πάντα μηδέν (**δεσμοί πίεσης**). Και εδώ, οι δεσμοί και οι κοιλίες ορίζονται από τα μηδενικά και τα ακρότατα της συνάρτησης κατανομής

$$\Psi(x) = 2p_0 \cos kx \quad (\text{Π28.8})$$

η οποία αποτελεί αντικείμενο μελέτης της Άσκησης. Επομένως, οι κοιλίες της πίεσης βρίσκονται στα σημεία, για τα οποία ισχύει

$$kx_\kappa = n\pi \quad (\text{Π28.9})$$

όπου $n = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$

ενώ οι δεσμοί της πίεσης βρίσκονται στα σημεία, για τα οποία ισχύει

$$kx_\delta = \frac{\pi}{2} + n\pi \quad (\text{Π28.10})$$

όπου $n = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$

Συνεπώς, διαπιστώνουμε και πάλι ότι, εκεί όπου στο στάσιμο κύμα υπάρχουν δεσμοί μετατόπισης, έχουμε κοιλίες στην πίεση και αντιστρόφως οι δεσμοί της πίεσης βρίσκονται στις κοιλίες μετατόπισης.

Π28.4 Η ταχύτητα του ήχου στα αέρια

Η ταχύτητα του ήχου, v , στα αέρια εξαρτάται από τη θερμοκρασία, κυρίως λόγω της εξάρτησης της πυκνότητας του αερίου από τη θερμοκρασία. Αυτό το βλέπει κανείς καλύτερα στη σχέση που ορίζει την ταχύτητα του ήχου

$$v = \sqrt{\gamma \frac{P}{\rho}} \quad (\text{Π28.11})$$

όπου $\gamma = c_p/c_v$ είναι ο λόγος των ειδικών θερμοτήτων (που, στην πράξη, δεν εξαρτάται από τη θερμοκρασία), ρ η πυκνότητα και P η πίεση του αέρα. Αν λάβουμε υπόψη ότι $\rho = m/V$, όπου m η μάζα και V ο όγκος, και χρησιμοποιήσουμε τη γνωστή σχέση από τη θερμοδυναμική

$$PV = nRT \quad (\text{Π28.12})$$

όπου T η απόλυτη θερμοκρασία του αέρα και n ο αριθμός των γραμμομορίων, εύκολα βρίσκουμε ότι, για δύο διαφορετικές θερμοκρασίες T_0 και T_2 , ο λόγος των ταχυτήτων του ήχου στον αέρα δίνεται από τη σχέση

$$\frac{v_2}{v_0} = \sqrt{\frac{T_2}{T_0}} \quad (\text{Π28.13})$$

Η ταχύτητα του ήχου στους 0°C είναι ίση με $331,8 \text{ m/s}$. Επομένως, αν T_0 είναι η θερμοκρασία των 0°C (273 K) και v_0 η ταχύτητα του ήχου στη θερμοκρασία αυτή, έχουμε

$$\begin{aligned} v_2 &= v_0 \sqrt{\frac{T_2}{T_0}} = 331,8 \sqrt{\frac{T_2}{273}} = 331,8 \sqrt{\frac{273 + \theta_2}{273}} \\ &= 331,8 \sqrt{1 + \frac{\theta_2}{273}} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \end{aligned} \quad (\text{Π28.14})$$

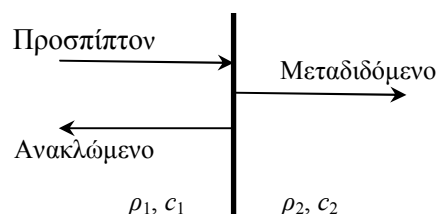
όπου θ η θερμοκρασία σε βαθμούς Κελσίου, $\theta = T - 273$. Με καλή προσέγγιση (για θερμοκρασίες περιβάλλοντος) η Εξ. (Π28.14) μπορεί να γραφεί με τη μορφή (οι δύο πρώτοι όροι του αναπτύγματος κατά Taylor):

$$v_\theta = v_0 + 0,606\theta \quad \text{ή} \quad v_\theta = 331,8 + 0,606\theta \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \quad (\text{Π28.15})$$

Π28.5 Ακουστική αντίσταση και συντελεστής ανάκλασης

Μπορεί να αποδειχθεί ότι ο λόγος της μεταβολής της πίεσης ενός μέσου (ΔP) προς την ταχύτητα των μορίων του (v) είναι σταθερός και ισούται με το γινόμενο ρc , όπου ρ η πυκνότητα του μέσου και c η ταχύτητα ενός ηχητικού κύματος σε αυτό το μέσο. Αυτή η σταθερά ονομάζεται **ακουστική αντίσταση** (κατ' αναλογία με την κυματική αντίσταση των γραμμών μεταφοράς του ηλεκτρικού σήματος) και συμβολίζεται με το γράμμα Z , δηλαδή ισχύει ότι $Z = \rho c$.

Θεωρούμε ένα επίπεδο ακουστικό κύμα που κινείται σε ένα μέσο με ακουστική αντίσταση $Z_1 = \rho_1 c_1$ και προσπίπτει κάθετα σε μία επιφάνεια που διαχωρίζει το πρώτο μέσο από ένα δεύτερο με διαφορετική ακουστική αντίσταση $Z_2 = \rho_2 c_2$, όπως φαίνεται στο Σχ. Π28.2.



Σχήμα Π28.2 Προσπίπτον, ανακλώμενο και μεταδιδόμενο ακουστικό κύμα σε μία διαχωριστική επιφάνεια μεταξύ δύο μέσων με διαφορετική ακουστική αντίσταση.

Ορίζουμε ως **συντελεστή ανάκλασης** το λόγο των πλατών του ανακλώμενου κύματος προς του προσπίπτοντος. Η τιμή του εξαρτάται από τις ακουστικές αντιστάσεις των δύο μέσων και καθορίζεται από τις συνοριακές συνθήκες που επικρατούν στην διαχωριστική επιφάνεια, δηλαδή τη συνέχεια της ταχύτητας και της πίεσης στο σύνορο.

Αποδεικνύεται ότι για το συντελεστή ανάκλασης της μετατόπισης (R_y) ισχύει

$$R_y = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} \quad (\text{Π28.16})$$

ενώ για τον συντελεστή ανάκλασης της πίεσης (R_p):

$$R_p = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 + Z_2} \quad (\text{Π28.17})$$

Ορίζουμε αντίστοιχα ως συντελεστή μετάδοσης τον λόγο των πλατών του μεταδιδόμενου προς του προσπίπτοντος κύματος, συνεπώς προκύπτει ότι για τους συντελεστές μετάδοσης της μετατόπισης (T_y) και της πίεσης (T_p) ισχύει

$$T_y = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2} \quad (\text{Π28.18})$$

και

$$T_p = \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2} \quad (\text{Π28.19})$$

Βλέπουμε, λοιπόν, ότι αν $Z_1 < Z_2$ ο συντελεστής ανάκλασης της μετατόπισης έχει αρνητική τιμή, γεγονός που σημαίνει ότι οι ταλαντώσεις του προσπίπτοντος και του ανακλώμενου κύματος έχουν διαφορά φάσης 180° . Αντιθέτως, ο συντελεστής ανάκλασης της πίεσης έχει θετικό πρόσημο, επομένως οι ακουστικές πιέσεις των δύο κυμάτων βρίσκονται σε φάση.

Έστω τώρα ότι το πρώτο μέσο είναι ο ατμοσφαιρικός αέρας και το δεύτερο πλεξιγκλάς. Στους 20°C η ακουστική αντίσταση του αέρα είναι $Z_1 = \rho_1 c_1 = 1,20 \text{ kg/m}^3 \times 344 \text{ m/s} = 413 \text{ kg/m}^2\text{s}$, ενώ του πλεξιγκλάς $Z_2 = \rho_2 c_2 = 1180 \text{ kg/m}^3 \times 2550 \text{ m/s} = 3,01 \times 10^6 \text{ kg/m}^2\text{s}$. Βλέπουμε δηλαδή ότι η Z_2 είναι $7,3 \times 10^3$ φορές μεγαλύτερη από την Z_1 , επομένως μπορούμε να θεωρήσουμε $Z_1 \ll Z_2$. Στην περίπτωση αυτή η ανάκλαση του ήχου από την επιφάνεια του πλεξιγκλάς είναι σχεδόν απόλυτη ($R_y = -0,9997$ και $R_p = -0,9997$). Το συμπέρασμα αυτό μπορεί να επεκταθεί για όλα τα στερεά σώματα, δεδομένου ότι η ακουστική τους αντίσταση είναι πολύ μεγαλύτερη από εκείνη του αέρα.

Π28.6 Ανάκλαση του ήχου από το ανοιχτό άκρο του σωλήνα

Έστω ότι ο σωλήνας είναι κατασκευασμένος από πλεξιγκλάς. Όπως είδαμε, στο **κλειστό άκρο** του σωλήνα ο **συντελεστής ανάκλασης**, R , των κυμάτων από μία επίπεδη επιφάνεια είναι **-1 για τη μετατόπιση και +1 για την πίεση**. Στο **ανοιχτό άκρο** του σωλήνα, αντίθετα από ό,τι αρχικά θα περίμενε κανείς, έχουμε και πάλι ανάκλαση, εξαιτίας της αλλαγής που υφίσταται η διάδοση του ήχου σε αυτό το άκρο. Πράγματι, όσο τα ηχητικά κύματα διαδίδονται μέσα στο σωλήνα, παραμένουν επίπεδα. Βγαίνοντας όμως από τον σωλήνα, τα επίπεδα κύματα αρχίζουν να καμπυλώνονται και σε μεγάλες αποστάσεις γίνονται σφαιρικά. Λόγω του ότι τα σφαιρικά κύματα διαχέονται προς όλες τις κατευθύνσεις, έξω από τον σωλήνα η ένταση του ήχου πολύ γρήγορα εξασθενεί, καθώς απομακρυνόμαστε από το ανοιχτό άκρο. Διαπιστώθηκε ότι, σε απόσταση $0,63R$, όπου R είναι η εσωτερική ακτίνα του σωλήνα, η ακουστική πίεση μειώνεται σε τέτοιο βαθμό, ώστε να μπορεί πρακτικά να θεωρηθεί μηδέν, δηλαδή θεωρούμε ότι πέραν της απόστασης αυτής ο ήχος δεν υπάρχει. (Γι' αυτό στα πνευστά μουσικά όργανα, στο ανοιχτό άκρο προσθέτουν διάφορες χοάνες και κώνους που αποσκοπούν στην πιο αποτελεσματική έξοδο του ήχου από αυτά. Στον κοινό σωλήνα η έξοδος του ήχου από το ανοιχτό άκρο είναι μικρή.)

Αυτό μας επιτρέπει να σχηματίσουμε ένα μοντέλο του φαινομένου, σύμφωνα με το οποίο ο συντελεστής ανάκλασης στο ανοιχτό άκρο του σωλήνα είναι αρκετά κοντά στη μονάδα και η ανάκλαση του ήχου δεν γίνεται ακριβώς στο ανοιχτό άκρο, αλλά σε απόσταση $0,63R$ έξω από τον σωλήνα. Με άλλα λόγια, το **ακουστικό μήκος**, L_a , είναι αυξημένο κατά $0,63R$, σε σχέση με το πραγματικό του μήκος, L . Έχουμε δηλαδή:

$$L_a = L + 0,63R \quad (\text{Π28.20})$$

Έτσι, αντί να εξετάζουμε τη διάχυση και εξασθένιση του ήχου έξω από τον σωλήνα, μπορούμε να υποθέσουμε ότι σε απόσταση $0,63R$ έξω από τον σωλήνα ο αέρας αντικαθίσταται από ένα άλλο αέριο, το οποίο έχει ακουστική αντίσταση πολύ μικρότερη από εκείνη του αέρα ($Z_2 \ll Z_1$). Αφού στο μοντέλο μας υποθέτουμε ότι πέρα από την απόσταση $0,63R$ ισχύει $Z_2 \approx 0$, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι **ο συντελεστής ανάκλασης στο ανοιχτό άκρο του σωλήνα είναι ίσος με +1 για τη μετατόπιση και με -1 για την πίεση**. Με άλλα λόγια, όταν το κύμα πλησιάζει το ανοιχτό άκρο του σωλήνα, ένα πύκνωμα ανακλάται και διαδίδεται προς τα πίσω ως αραιώμα, ενώ ένα αραιώμα ανακλάται και διαδίδεται προς τα πίσω ως πύκνωμα, ενώ το πλάτος του ανακλώμενου παλμού από το ανοιχτό άκρο του σωλήνα έχει σχεδόν το ίδιο πλάτος με εκείνο που ανακλάται από τον ανακλαστήρα. Αυτό ακριβώς βλέπουμε στα πειράματα με τους κρουστικούς ακουστικούς παλμούς (Σχ. 28.6 και 28.7).