

Άσκηση 19

Μέτρηση του μαγνητικού πεδίου της γης και της μαγνητικής διαπερατότητας του κενού

19.1. Σκοπός

Στην άσκηση αυτή προσδιορίζεται πειραματικά η τιμή της μαγνητικής διαπερατότητας του κενού μ_0 και η τιμή της οριζόντιας συνιστώσας B_x του μαγνητικού πεδίου της Γης.

19.2. Εισαγωγή

Η δύναμη που ασκείται σε ένα ευθύγραμμο τμήμα ενός αγωγού όταν αυτός διαρρέεται από ρεύμα I και βρίσκεται μέσα σε μαγνητικό πεδίο *μαγνητικής επαγωγής*, \mathbf{B} , δίνεται από τη σχέση

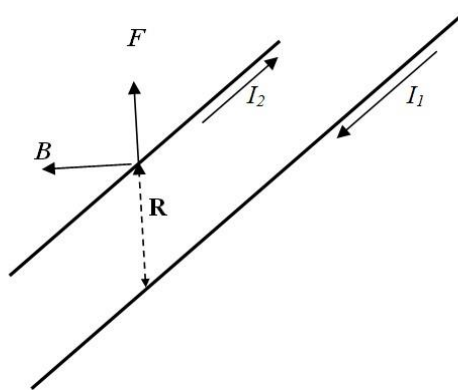
$$\mathbf{F} = I [\mathbf{l} \times \mathbf{B}] = I \lambda \quad (19.1)$$

όπου l είναι το μήκος του αγωγού και έχουμε συμβολίσει με λ το εξωτερικό γινόμενο $[\mathbf{l} \times \mathbf{B}]$.

Σε περιπτώσεις όπου το μαγνητικό πεδίο παράγεται από έναν δεύτερο ευθύγραμμο αγωγό, το μήκος του οποίου είναι άπειρο, γνωρίζουμε ότι η τιμή της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο σημείο που απέχει απόσταση R από αυτόν δίνεται από τη σχέση:

$$B = \frac{I\mu_0}{2\pi R} \quad (19.2)$$

όπου μ_0 είναι η *μαγνητική διαπερατότητα του κενού*. Συνεπώς για δύο παράλληλους αγωγούς (Σχ. 19.1), η δύναμη που ασκεί ο δεύτερος αγωγός πάνω στον πρώτο μπορεί να υπολογιστεί από τις Εξ. (19.1) και (19.2) και η τιμή της είναι :



Σχήμα 19.1. Ανάμεσα σε δύο παράλληλους αγωγούς που διαρρέονται από ρεύματα, I_1 και I_2 , αντίστοιχως, ασκείται μια δύναμη F , ελκτική ή απωστική, ανάλογα με τη φορά των ρευμάτων.

$$F = \frac{l\mu_0 I_1 I_2}{2\pi R} \quad (19.3)$$

όπου I_1 και I_2 είναι οι τιμές των ρευμάτων που διαρρέουν τον πρώτο και τον δεύτερο αγωγό αντίστοιχα.

Στην περίπτωση όπου $I_1 = I_2$, η Εξ. (19.3) γίνεται:

$$F = \frac{l\mu_0 I^2}{2\pi R} = kI^2 \quad (19.4)$$

19.3. Μέθοδος

Ο προσδιορισμός του μ_0 βασίζεται στη μέτρηση της δύναμης F , που ασκείται πάνω σε έναν ευθύγραμμο ρευματοφόρο αγωγό, όταν αυτός βρίσκεται μέσα στο μαγνητικό πεδίο που παράγεται από έναν δεύτερο ρευματοφόρο αγωγό. Ο δεύτερος αγωγός είναι παράλληλος στον πρώτο και το μήκος του είναι πολύ μεγαλύτερο του πρώτου (Σχ. 19.1). Και οι δύο αγωγοί διαρρέονται από το ίδιο ρεύμα I . Βάση της μεθόδου αποτελεί η Εξ. (19.4), σύμφωνα με την οποία η δύναμη F είναι γραμμική συνάρτηση του τετραγώνου του ρεύματος I^2 , που διαρρέει τους δύο αγωγούς και ο συντελεστής αναλογίας είναι:

$$k = \frac{l\mu_0}{2\pi R} \quad (19.5)$$

Την τιμή του συντελεστή k μπορεί να την μετρήσει κανείς μετρώντας τη δύναμη F για διάφορες τιμές του ρεύματος I και σχεδιάζοντας τη γραφική παράσταση της F ως συνάρτηση του I^2 . Η γραφική παράσταση της σχέσης αυτής θα είναι προφανώς ευθεία, με κλίση ίση με k (Εξ. 19.4). Έτσι μετρώντας πειραματικά την τιμή του k , μπορούμε να υπολογίσουμε την τιμή του μ_0 από τη σχέση:

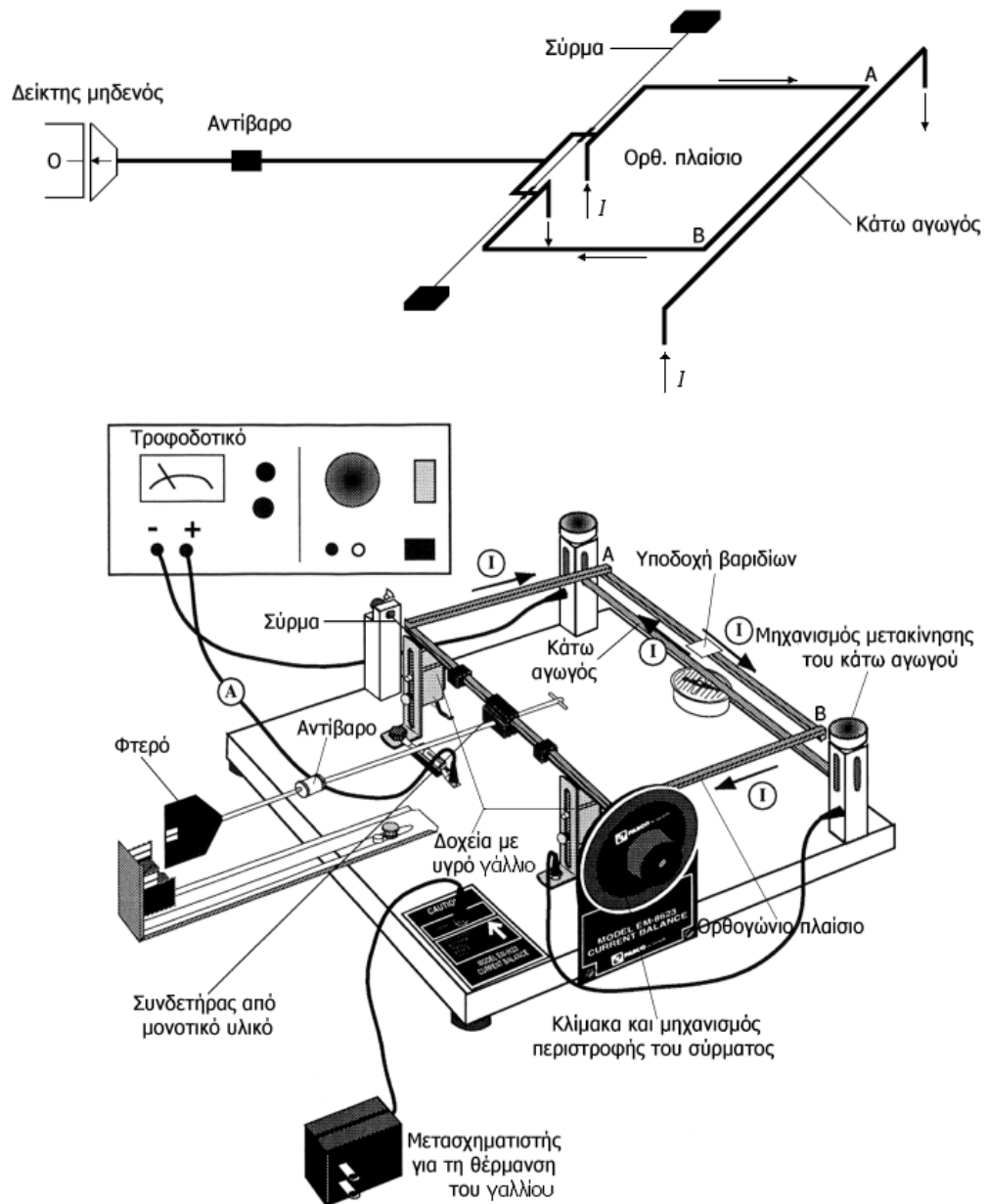
$$\mu_0 = \frac{2\pi Rk}{l} \quad (19.6)$$

Όμοια διαδικασία ακολουθείται και για τη μέτρηση του μαγνητικού πεδίου της Γης. Στο πείραμα αυτό ο ρευματοφόρος αγωγός προσανατολίζεται έτσι ώστε να είναι κάθετος προς την οριζόντια συνιστώσα του μαγνητικού πεδίου της Γης. Εδώ αξιοποιείται η Εξ. (19.1), σύμφωνα με την οποία η δύναμη F που ασκείται στον αγωγό είναι ανάλογη του ρεύματος που τον διαρρέει. Ο συντελεστής αναλογίας λ της σχέσης είναι $[\mathbf{I} \times \mathbf{B}]$ και επειδή στην περίπτωσή μας ο αγωγός (\mathbf{I}) είναι κάθετος στο \mathbf{B} , έχουμε $[\mathbf{I} \times \mathbf{B}] = IB = \lambda$. Την τιμή αυτού του συντελεστή μπορεί να τη μετρήσει κανείς μετρώντας τη δύναμη F για διάφορες τιμές του ρεύματος I και σχεδιάζοντας τη γραφική παράσταση $F = F(I)$. Και εδώ η πειραματική καμπύλη $F = F(I)$ αναμένεται να είναι ευθεία με κλίση $\lambda = IB$ (Εξ. 19.1). Από τον γραφικό προσδιορισμό της κλίσης, λ , της πειραματικής ευθείας, μπορούμε να υπολογίσουμε την τιμή της έντασης του μαγνητικού πεδίου από τη σχέση:

$$B = \frac{\lambda}{l} \quad (19.7)$$

19.4 Πειραματική διάταξη

Οι μαγνητοστατικές δυνάμεις αλληλεπίδρασης δύο ρευματοφόρων αγωγών είναι πολύ ασθενείς. Για τον λόγο αυτό χρησιμοποιείται για τη μέτρησή τους ένας ευαίσθητος και κατάλληλα προσαρμοσμένος ζυγός στρέψης. Στον άξονα του ζυγού αυτού υπάρχει ένα λεπτό ατσάλινο σύρμα, το οποίο βρίσκεται στο οριζόντιο επίπεδο (Σχ. 19.2). Η ροπή επαναφοράς του ζυγού (στη θέση ισορροπίας) δημιουργείται από το ατσάλινο σύρμα, το ένα άκρο του οποίου είναι πακτωμένο, ενώ το άλλο μπορεί να περιστραφεί γύρω από τον άξονά του. Η μέτρηση της δύναμης επαναφοράς επιτυγχάνεται με τη μέτρηση της γωνίας αυτής της περιστροφής.



Σχήμα 19.2. Πειραματική διάταξη για τη μέτρηση των μαγνητοστατικών δυνάμεων.

Στο κέντρο του σύρματος συνδέεται ένα μεταλλικό ορθογώνιο πλαίσιο, στο οποίο διοχετεύεται ρεύμα διαμέσου δύο επαφών, η μία από τις οποίες αποτελείται από υγρό μέταλλο (υδράργυρο ή γάλλιο). Η λειτουργία των επαφών αυτών είναι να διασφαλίζουν μια περιστροφική κίνηση του πλαισίου πρακτικά χωρίς τριβές. Η ροπή που δημιουργείται από το βάρος του πλαισίου αντισταθμίζεται από το βάρος του πτερυγίου και του αντίβαρου, η θέση του οποίου ρυθμίζεται. Το πτερύγιο έχει διπλό προορισμό: χρησιμοποιείται αφενός ως δείκτης ισορροπίας και αφετέρου ως μονάδα απόσβεσης των μηχανικών ταλαντώσεων του πλαισίου. Για τον σκοπό αυτό το πτερύγιο είναι κατασκευασμένο από αγωγίμο υλικό και κινείται μέσα σε μαγνητικό πεδίο που δημιουργείται από δύο μικρούς σταθερούς μαγνήτες.

Κάθε μεταβολή της ισορροπίας του ζυγού μπορεί να αντισταθμισθεί με μια κατάλληλη περιστροφή του ενός άκρου του σύρματος. Αν ο ζυγός είναι βαθμονομημένος, είναι δηλαδή

γνωστή η ευαισθησία του, με άλλα λόγια η σχέση «γωνία περιστροφής-δύναμη επαναφοράς», τότε η δύναμη που είχε διαταράξει την ισορροπία του ζυγού μπορεί να προσδιοριστεί από τη μέτρηση της γωνίας περιστροφής του σύρματος (δηλαδή της γωνίας αντιστάθμισης που επαναφέρει τον ζυγό σε κατάσταση ισορροπίας).

Κάτω από την πλευρά AB του πλαισίου και σε απόσταση R από αυτήν, είναι στερεωμένος ένας δεύτερος αγωγός (ο κάτω αγωγός), το μήκος του οποίου είναι μεγαλύτερο από την πλευρά AB. Η παραλληλία του κάτω αγωγού ως προς τον AB, όπως επίσης και η απόσταση R , ελέγχονται από δύο μηχανισμούς που βρίσκονται στα άκρα του κάτω αγωγού. Μία στροφή της βίδας του μηχανισμού αυτού ανυψώνει ή κατεβάζει τον κάτω αγωγό κατά $1,00 \pm 0,05$ mm.

Η πειραματική διάταξη είναι σχεδιασμένη και κατασκευασμένη κατά τέτοιο τρόπο, ώστε οι μαγνητικές δυνάμεις που ασκούνται στις υπόλοιπες πλευρές του πλαισίου να είναι αμελητέες. Η διάταξη περιλαμβάνει ακόμα ένα σετ βαριδιών για την βαθμονόμηση του ζυγού, καθώς και μια πυξίδα για τον προσανατολισμό της πλευράς AB ως προς το μαγνητικό πεδίο της Γης.

Βιβλιογραφία

1. *Μαθήματα Φυσικής Berkeley*. Τόμος 2 (E.M. Purcell): *Ηλεκτρισμός και Μαγνητισμός*. (Αθήνα 2004). Κεφ. 6.
2. H.D. Young, *Πανεπιστημιακή Φυσική*, Τόμος Β', *Ηλεκτρομαγνητισμός, Οπτική, Σύγχρονη Φυσική*. (Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Ε.Μ.Π., Αθήνα 1994), Κεφ. 28 και 29.
3. *Εργαστηριακές Ασκήσεις Φυσικής*, Τόμος Ι, ΕΜΠ, Τομέας Φυσικής, ΣΕΜΦΕ, Εκδόσεις Συμμετρία (Αθήνα 2010).

19.5. Εκτέλεση

19.5.1. Έλεγχος της γραμμικότητας και βαθμονόμηση του ζυγού

1. Μηδενίστε τον ζυγό, στρέφοντας το ένα άκρο του λεπτού ατσάλινου σύρματος προς τα αριστερά ή προς τα δεξιά. Σημειώστε (σε μοίρες) τη «μηδενική» τιμή.
2. Με προσοχή, τοποθετήστε στο κέντρο της πλευράς AB το βαρίδι των 20 mg και περιστρέφοντας το ένα άκρο του σύρματος ισορροπήστε τον ζυγό. Σημειώστε (σε μοίρες) τη νέα τιμή φ .
3. Επαναλάβετε το βήμα 2 για τα βαρίδια των 40, 60, 80 και 100 mg.
4. Συμπληρώστε τον Πίνακα Ι, όπου F είναι η δύναμη που ασκεί το βαρίδι πάνω στον ζυγό.

Πίνακας Ι

| m (mg) | F (N) | φ (μοίρες) |
|-------------|------------|-----------------------|
| | | |

19.5.2. Μέτρηση της μαγνητικής διαπερατότητας, μ_0 , του κενού

Στο πείραμα αυτό γίνεται μέτρηση της δύναμης που ασκείται στην πλευρά AB του πλαισίου από τον δεύτερο ρευματοφόρο αγωγό, ο οποίος βρίσκεται σε απόσταση R κάτω από την πλευρά αυτή. Για να μην επηρεάζονται οι τιμές των μετρήσεων από το μαγνητικό πεδίο της Γης, η πλευρά AB πρέπει να έχει την κατεύθυνση Βορράς-Νότος. Στο πείραμα αυτό η μέτρηση της απόστασης R γίνεται με τη βοήθεια δύο μηχανισμών ελέγχου του ύψους του κάτω αγωγού. Έτσι:

1. Αφού πρώτα ισορροπήσετε τον ζυγό και ανεβάσετε τον κάτω αγωγό ώσπου αυτός σχεδόν να εφάπτεται της πλευράς AB, σημειώστε τις ενδείξεις των μηχανισμών αυτών και στη συνέχεια στρίψτε τους προς την αντίθετη κατεύθυνση τόσες στροφές όσα είναι τα χιλιοστά που επιθυμείτε να κατέβει ο κάτω αγωγός. Λάβετε υπόψη το γεγονός ότι η διάμετρος των αγωγών είναι $3,2 \pm 0,1$ mm και φροντίστε η απόσταση μεταξύ των αξόνων τους να είναι περίπου 8,0 mm.
2. Συναρμολογήστε το κύκλωμα, έτσι ώστε το ρεύμα να διαρρέει διαδοχικά και τους δύο αγωγούς και θέστε σε λειτουργία το τροφοδοτικό.
3. Διοχετεύστε στο κύκλωμα 1 A. Η ισορροπία του ζυγού θα διαταραχθεί. Επαναφέρετέ τον σε ισορροπία και σημειώστε τη γωνία περιστροφής (επαναφοράς) του σύρματος.
4. Επαναλάβετε το βήμα 3 για τιμές του ρεύματος 2, 3, 4, 5, 6, 7 και 8 A και συμπληρώστε τις δύο πρώτες στήλες του Πίνακα II.

Πίνακας II

| I (A) | I^2 (A ²) | φ (μοίρες) | F (N) |
|------------|----------------------------|-----------------------|------------|
| | | | |

5. Μηδενίστε το ρεύμα στο κύκλωμα και κλείστε το τροφοδοτικό.

19.5.3. Μέτρηση της οριζόντιας συνιστώσας του μαγνητικού πεδίου της Γης

Στο πείραμα αυτό μετράται η δύναμη που ασκείται στην πλευρά AB του πλαισίου, όταν αυτή διαρρέεται από ρεύμα και βρίσκεται μέσα στο μαγνητικό πεδίο της Γης. Για το σκοπό αυτό:

1. Προσανατολίστε τη συσκευή, έτσι ώστε η πλευρά AB να έχει την κατεύθυνση Ανατολή-Δύση και συναρμολογήστε πάλι το κύκλωμα, φροντίζοντας το ρεύμα να διαρρέει μόνον αυτή την πλευρά.
2. Ισορροπήστε τον ζυγό και στη συνέχεια θέστε σε λειτουργία το τροφοδοτικό.
3. Εφαρμόστε στο κύκλωμα 2 A. Η ισορροπία του ζυγού θα διαταραχθεί. Επαναφέρετε τον ζυγό σε ισορροπία και σημειώστε τη γωνία περιστροφής του σύρματος.
4. Επαναλάβετε το βήμα 3 για τιμές του ρεύματος 4, 6, 8 και 10 A και συμπληρώστε τις δύο πρώτες στήλες του Πίνακα III

Πίνακας III

| I (A) | φ (μοίρες) | F (N) |
|------------|-----------------------|------------|
| | | |

19.6. Επεξεργασία των μετρήσεων

19.6.1. Έλεγχος της γραμμικότητας και βαθμονόμηση του ζυγού

Από τις τιμές του Πίνακα I, σχεδιάστε τη γραφική παράσταση της δύναμης F , συναρτήσει της γωνίας στρέψης του σύρματος, φ . Υπολογίστε την κλίση, a , της ευθείας $F = a\varphi$, δηλαδή τη σταθερά του ζυγού, και εκτιμήστε το σφάλμα της, δa .

19.6.2. Υπολογισμός της μαγνητικής διαπερατότητας του κενού (μ_0)

1. Χρησιμοποιώντας την τιμή του a που προσδιορίσατε στο 19.6.1, υπολογίστε τις τιμές της δύναμης επαναφοράς F , για κάθε τιμή του ρεύματος I , καθώς και τις αντίστοιχες τιμές του I^2 , και συμπληρώστε την τρίτη στήλη του Πίνακα II.
2. Από τις τιμές του Πίνακα II, σχεδιάστε τη γραφική παράσταση της δύναμης F , που ασκείται στην πλευρά AB συναρτήσει του τετραγώνου του ρεύματος I^2 .
3. Υπολογίστε την κλίση k (Εξ.19.4) της ευθείας αυτής και εν συνεχεία την τιμή του μ_0 , σύμφωνα με την Εξ. (19.5). Εκτιμήστε το σφάλμα της $\delta\mu_0$.

19.6.3. Υπολογισμός της οριζόντιας συνιστώσας B_x , της έντασης του μαγνητικού πεδίου της Γης

1. Χρησιμοποιώντας την τιμή του a που προσδιορίσατε στο 19.6.1, υπολογίστε τις τιμές της δύναμης επαναφοράς F , για κάθε τιμή του ρεύματος I , και συμπληρώστε την τρίτη στήλη του Πίνακα III.
2. Από τις τιμές του Πίνακα III, σχεδιάστε τη γραφική παράσταση της δύναμης F , συναρτήσει του ρεύματος I , που διαρρέει την πλευρά AB.
3. Προσδιορίστε την κλίση λ , της συνάρτησης $F(I)$ (Εξ. 19.1) και στη συνέχεια την τιμή B_x , σύμφωνα με την Εξ. (19.7) και εκτιμήστε το σφάλμα της τιμής αυτής, δB_x .